

MODELADO ANÁLISIS Y CONTROL DE UN EVAPORADOR DE DOBLE EFECTO

Manuel Pérez Polo, José Ángel Berná Galiano, Javier Gil Chica

Departamento de Física Ingeniería de Sistemas y Teoría de la Señal. Universidad de Alicante. Escuela Politécnica Superior. Apartado 99, E-03080. Alicante. E-mail: manolo@dfists.ua.es; jberna@dfists.ua.es; gil@dfists.ua.es

Resumen

En este trabajo se presenta el desarrollo del modelo matemático y el sistema de control de un evaporador de doble efecto utilizado para concentrar mezclas de trietilen-glicol en agua. A partir de los balances de materia y energía se obtiene el modelo no lineal del proceso, formado por cinco variables de estado tres entradas de control y tres entradas de perturbación. El análisis de las condiciones de estado estacionario permite obtener el punto de equilibrio, a partir del cual se obtiene el modelo lineal del proceso, resultando un sistema MIMO con fuertes interacciones entre los bucles. Dado que la matriz transferencia es 3×3 , el diseño clásico basado en reguladores PI y controladores de no interacción resulta complejo, por lo que se propone una metodología de control por asignación de polos junto con el número de integradores necesarios para conseguir las modificaciones deseadas en los puntos de consigna, y a la vez obtener un buen rechazo de perturbaciones. La metodología propuesta se comprueba a través de simulación del modelo desarrollado suponiendo que todas las variables de estado están disponibles para medida.

Palabras clave: Evaporador. Modelo matemático. Multivariable. Linealización. Sistema MIMO. Control. Asignación de polos.

1 INTRODUCCIÓN

El desarrollo de los métodos de control basados en variables de estado, es un tema bien conocido dentro del campo de la ingeniería de control. Sin embargo desde el punto de vista del control de procesos, caracterizados por múltiples entradas y salidas, recirculaciones y fuertes no linealidades, tales métodos encuentran una aplicabilidad limitada [1]. Esto es debido a que el proceso de ajuste del sistema de control, basado en técnicas matriciales, resulta menos intuitivo que las técnicas ampliamente extendidas, basadas en una matriz

transferencia diagonal formada por reguladores PI o PID. Las técnicas clásicas de ajuste de estos reguladores, tales como las reglas de Ziegler-Nichols, Cohen-Coom etc. [2], [3] siempre que la interacción entre los bucles sea moderada, suelen dar buenos resultados. Sin embargo, para sistemas lineales tipo MIMO con fuertes interacciones, estas técnicas dan lugar a sistemas de control, que además de ser difíciles de ajustar, nunca se está seguro de tener un buen sistema de control que regula el proceso. Para paliar estos problemas, se han propuesto técnicas de control no lineal basadas en métodos geométricos [4], [5]. Estas técnicas son difíciles de asimilar para el mundo de la industria de procesos, en el que el regulador PID está fuertemente arraigado, con la dificultad añadida de la necesidad de manipulación simbólico-numérica de las señales de control obtenidas, que hacen muy compleja la interpretación de como las señales de control afectan a las variables manipuladas del proceso.

En este trabajo se formulan las ecuaciones de estado de un evaporador de doble efecto para concentrar mezclas de trietilen-glicol y agua. [3], [5]. El modelo matemático del proceso es no lineal, y está formado por cinco variables de estado, tres controles y tres posibles entradas de perturbación. A partir del estado de equilibrio se calculan las matrices jacobianas y se obtiene el modelo lineal del proceso, resultando un sistema MIMO [1],[2]. A partir de la técnica de asignación de polos, y suponiendo que todas las variables de estado están disponibles para medida, se estudian dos posibles alternativas de control. Por un lado, suponiendo que no hay entrada de perturbaciones, se estudia como variar los puntos de consigna sin que aparezca error en estado estacionario. Para ello se forma un sistema MIMO ampliado formado por el número de integradores necesarios [6], [7]. El efecto de las perturbaciones se estudia considerando el sistema como regulador, o sea fijando los puntos de consigna y estudiando como afectan las perturbaciones asociadas a la corriente de entrada en el funcionamiento global del proceso. A efecto de verificar los diseños obtenidos se proponen comprobaciones numéricas.

2 MODELO MATEMÁTICO DEL SISTEMA

El proceso, tal como se muestra en la figura 1, está formado por un evaporador de doble efecto. El primer efecto se alimenta con una solución de trietilen-glicol y agua con un caudal másico F , una concentración de soluto C_f y temperatura T_f . La solución se concentra en el primer efecto por acción de un caudal de vapor S_f , el cual genera un caudal de vapor O_1 y un caudal de fondos de soluto concentrado B_1 . La corriente de fondos B_1 es alimentada al cambiador de calor del segundo efecto por el lado tubos, mientras que el caudal de cabeza O_1 alimenta el cambiador del segundo efecto por el lado carcasa. La corriente de salida B_2 , que es el producto deseado, abandona el segundo efecto con una concentración de soluto C_2 (% en peso). El caudal producido en el segundo efecto O_2 es condensado en el separador de fases, que está a una presión P_2 y a una temperatura constante T_2 por la acción del condensador barométrico.

La cantidad másica de líquido retenido en el primer efecto y separador de fases son W_1 y W_2 respectivamente, mientras que P_1 , T_1 y P_2 , T_2 son las presiones y temperaturas en cada uno de los efectos. Para desarrollar el modelo matemático del sistema se tienen en cuenta las siguientes suposiciones [5]:

- Las camisas de almacenamiento de vapor, paredes de los tubos y carcasas tienen capacidades caloríficas despreciables, y por tanto no se considerarán en el balance de energía.
- El condensador barométrico de vacío mantiene la temperatura T_2 del segundo efecto constante.
- No hay soluto en las corrientes de vapor O_1 , O_2 que salen de cada uno de los efectos.
- El vapor retenido en cada efecto es despreciable.

Bajo las suposiciones anteriores, los balances de masa y de energía en cada efecto son:

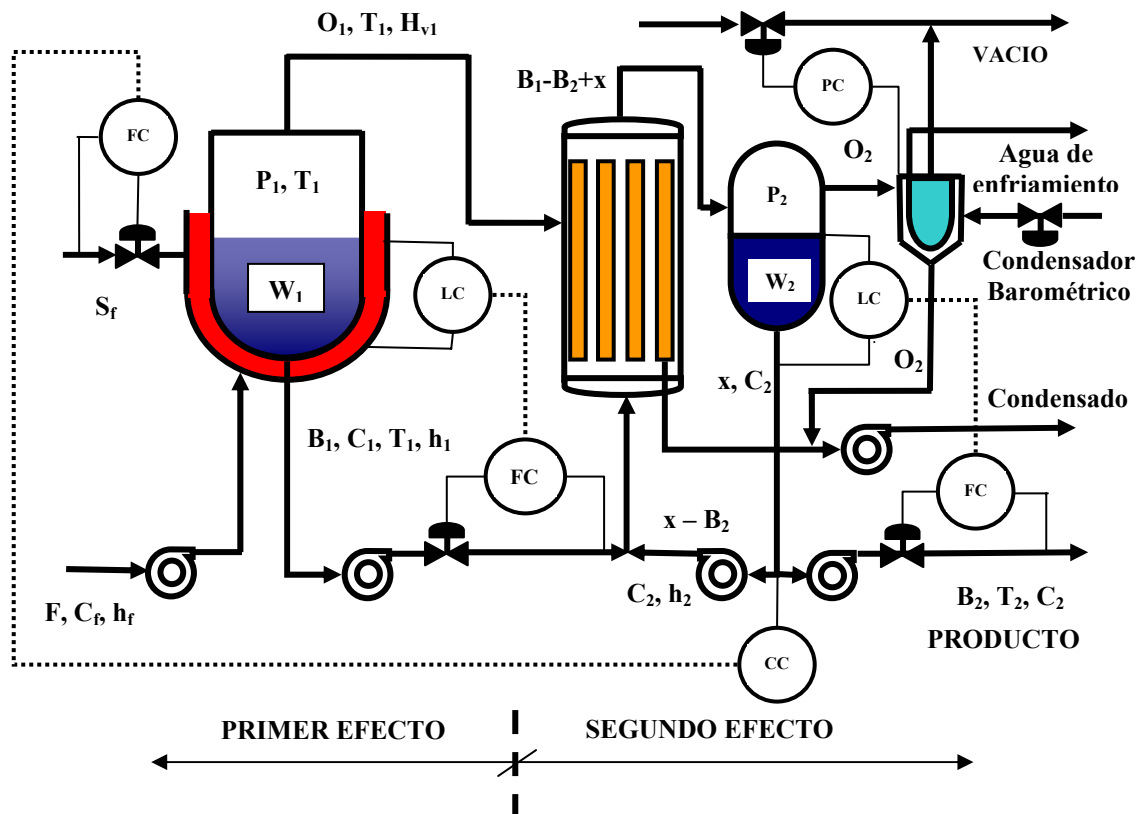


Fig. 1. Esquema del proceso

1. Balance total de masa en el primer efecto:

$$\frac{dW_1}{dt} = F - B_1 - O_1 \quad (1)$$

2. Balance de soluto en el primer efecto:

$$\frac{d(W_1 C_1)}{dt} = F C_f - B_1 C_1 \quad (2)$$

3. Balance de energía en el primer efecto:

$$\frac{d(W_1 C_1)}{dt} = F h_f - B_1 h_1 - O_1 H_{v1} + Q_1 - L_1 \quad (3)$$

Siendo: Q_1 el calor transmitido por el vapor de calefacción, h_1 la entalpía específica de la solución, H_{v1} la entalpía específica del vapor a la temperatura T_1 y L_1 las pérdidas de calor en el primer efecto. Este término puede despreciarse si el sistema está bien aislado térmicamente. Eliminando dW_1/dt entre las ecuaciones (1) y (2) y (3) se obtiene:

$$W_1 \frac{dC_1}{dt} = F (C_f - C_1) + O_1 C_1 \quad (4)$$

$$W_1 \frac{dh_1}{dt} = F (h_f - h_1) - O_1 (H_{v1} - h_1) + Q_1 - L_1 \quad (5)$$

4. Balance total de masa en el segundo efecto:

$$\frac{dW_2}{dt} = B_1 - B_2 + x - O_2 - x \quad (6)$$

5. Balance de soluto en el segundo efecto:

$$\frac{d(W_2 C_2)}{dt} = B_1 C_1 + (x - B_2) C_2 - x C_2 \quad (7)$$

Eliminando dW_2/dt entre las ecuaciones (6) y (7) se obtiene:

$$W_2 \frac{dC_2}{dt} = B_1 (C_1 - C_2) + C_2 O_2 \quad (8)$$

Puesto que la temperatura del segundo efecto se mantiene constante por la acción del condensador barométrico, no es necesario realizar el balance de energía en el segundo efecto. Las ecuaciones (1), (4), (5), (6) y (8) constituyen el modelo matemático general del proceso. A efectos de particularizar, se supondrá que el calor suministrado en el primer efecto es

debido a la condensación total del caudal de vapor S_f , o sea:

$$Q_1 = \lambda_s S_f \quad (9)$$

siendo λ_s el calor latente de condensación. En las ecuaciones del modelo hay que especificar los caudales de vapor O_1, O_2 que salen de cada efecto. El caudal O_1 que sale del primer efecto se determina suponiendo que dicho vapor se condensa por completo en el segundo efecto, para lo cual será necesario disponer del área y del coeficiente global de transmisión de calor en el cambiador de calor del segundo efecto, o sea:

$$Q_2 = U_2 A_2 (T_1 - T_2) = O_1 (H_{v1} - h_{c1}) \quad (10)$$

siendo H_{v1} y h_{c1} las entalpías específicas del vapor y del condensado respectivamente, U_2 es el coeficiente global de transmisión de calor del segundo efecto, A_2 el área de transmisión de calor del segundo efecto. Los valores de H_{v1} y h_{c1} pueden estimarse a través de correlaciones termodinámicas o empíricamente. Para el caso de la solución propuesta se obtiene [3], [5]:

$$\left. \begin{aligned} H_{v1} &= 1066 + 0.4T_1 \\ h_{c1} &= T_1 - 32 \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

Para determinar el valor de O_2 hay que tener en cuenta que la temperatura en el separador de fases, donde se encuentra la cantidad de líquido retenido W_2 (ver figura 1) es constante, por tanto la entalpía específica de la solución dependerá de la concentración de soluto C_2 que hay en el separador de fases: $h_2 = f(C_2)$. Por otro lado en el segundo efecto se verifica:

$$B_1 h_1 + (x - B_2) h_2 + Q_2 = (B_1 - B_2 + x) H_e \quad (12)$$

siendo H_e la entalpía del vapor que sale del cambiador de calor del segundo efecto. Además, en el separador de fases se cumplirá el siguiente balance de energía:

$$\frac{d(W_2 h_2)}{dt} = (B_1 - B_2 + x) H_e - L_2 - O_2 H_{v2} - x h_2 \quad (13)$$

Teniendo en cuenta que:

$$h_2 = f(C_2) \Rightarrow \frac{dh_2}{dt} = \frac{\partial h_2}{\partial C_2} \frac{dC_2}{dt} \quad (14)$$

y considerando la ecuación (12), la ecuación (13) se puede desarrollar de la forma:

$$h_2 \frac{dW_2}{dt} + W_2 \frac{dh_2}{dt} = B_1 h_1 + (x - B_2) h_2 + Q_2 - L_2 - O_2 H_{v2} - x h_2 \quad (15)$$

Teniendo en cuenta las ecuaciones (6) y (14), operando en la ecuación (15) se obtiene:

$$h_2 (B_1 - B_2 - O_2) + W_2 \frac{dC_2}{dt} \frac{\partial h_2}{\partial C_2} = B_1 h_1 + (x - B_2) h_2 + Q_2 - L_2 - O_2 H_{v2} - x h_2 \quad (16)$$

Sustituyendo la ecuación (8) en la (16) se deduce la ecuación:

$$h_2 (B_1 - B_2 - O_2) + \frac{\partial h_2}{\partial C_2} [B_1 (C_1 - C_2) + O_2 C_2] = B_1 h_1 - B_2 h_2 + Q_2 - L_2 - O_2 H_{v2} \quad (17)$$

Simplificando y reordenando la ecuación (17) se obtiene el valor buscado O_2 :

$$O_2 = \frac{B_1 (h_1 - h_2) + Q_2 - L_2 - B_1 (C_1 - C_2) \frac{\partial h_2}{\partial C_2}}{H_{v2} - h_2 + C_2 \frac{\partial h_2}{\partial C_2}} \quad (18)$$

Por consiguiente el modelo matemático del proceso viene dado por las ecuaciones (1), (4), (5), (6), (8), (10), (11) y (18), en las que solo se necesitan los valores de las entalpías específicas h_1 , h_2 de las soluciones en cada efecto en función de las composiciones y temperaturas. La entalpía específica del vapor en el segundo efecto se determina por una ecuación análoga a la (11):

$$H_{v2} = 1066 + 0.4T_2 \quad (19)$$

Los valores de h_1 y h_2 vienen dados por las correlaciones empíricas [3], [5]:

$$\left. \begin{aligned} h_1 &= T_1(1 - 0.16C_1) - 32 \\ h_2 &= T_2(1 - 0.16C_2) - 32 \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

En el modelo anterior, como variables de estado se toman:

$$x^T = [W_1 \quad C_1 \quad h_1 \quad W_2 \quad C_2] \quad (21)$$

Las señales de control son los caudales:

$$u^T = [S_f \quad B_1 \quad B_2] \quad (22)$$

Las entradas de perturbación son:

$$d^T = [F \quad C_f \quad h_f] \quad (23)$$

y como señales de salida se toman:

$$y^T = [W_1 \quad W_2 \quad C_2] \quad (24)$$

Como $T_1 = f(C_1, h_1)$ y T_2 es constante, los caudales de vapor O_1 , O_2 vienen dados por ecuaciones de la forma:

$$\left. \begin{aligned} O_1 &= f(C_1, h_1) \\ O_2 &= f(h_1, C_1, C_2) \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

lo cual va a permitir facilitar el cálculo de las derivadas parciales en el proceso de linealización, tal como se verá a continuación.

Teniendo en cuenta las ecuaciones (10), (11) se deduce:

$$O_2 = \frac{U_2 A_2 (T_1 - T_2)}{1098 - 0.6T_1} ; T_1 = \frac{h_1 + 32}{1 - 0.16C_1} \quad (26)$$

El cálculo de O_2 se lleva a cabo de la siguiente forma:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial h_2}{\partial C_2} &= -0.16T_2 \\ H_{v2} - h_2 &= 1098 - 0.6T_2 + 0.16T_2 C_2 \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

Sustituyendo las ecuaciones (27) en la (18) se obtiene:

$$O_2 = \frac{U_2 A_2 (T_1 - T_2)}{1098 - 0.6T_2} + B_1 \left(\frac{h_1 - T_2 + 32 + 0.16T_2 C_1}{1098 - 0.6T_2} \right) \quad (28)$$

Es interesante resaltar que el caudal de vapor O_2 no depende de la concentración C_2 , como parece deducirse de la ecuación (18). Sustituyendo O_1 y O_2 en las ecuaciones (1), (3), (5), (6), (8) y (11) se obtienen las siguientes ecuaciones de estado:

$$\frac{dW_1}{dt} = F - B_1 - \frac{U_2 A_2 (T_1 - T_2)}{1098 - 0.6T_1} \quad (29)$$

$$\frac{dC_1}{dt} = \frac{F}{W_1} (C_f - C_1) + \frac{C_1}{W_1} \left[\frac{U_2 A_2 (T_1 - T_2)}{1098 - 0.6T_1} \right] \quad (30)$$

Teniendo en cuenta que:

$$H_{v1} - h_1 = 1066 + 0.4T_1 - h_1 \quad (31)$$

$$\frac{dh_1}{dt} = \frac{F}{W_1}(h_f - h_1) - \frac{1}{W_1} \left[\frac{U_2 A_2 (T_1 - T_2)}{1098 - 0.6T_1} \right] (H_{v1} - h_1) + \frac{\lambda_f S_f}{W_1} - \frac{L_1}{W_1} \quad (32)$$

$$\frac{dW_2}{dt} = - \left[\frac{U_2 A_2 (T_1 - T_2) - L_2}{1098 - 0.6T_1} \right] + B_1 - B_2 - B_1 \left[\frac{h_1 - T_2 + 32 + 0.16T_2 C_1}{1098 - 0.6T_2} \right] \quad (33)$$

$$\frac{dC_2}{dt} = \frac{C_2}{W_2} \left[\frac{U_2 A_2 (T_1 - T_2) - L_2}{1098 - 0.6T_1} \right] + \left(\frac{C_1 - C_2}{W_2} \right) B_1 + \frac{C_2}{W_2} \left[\frac{h_1 - T_2 + 32 + 0.16T_2 C_1}{1098 - 0.6T_2} \right] B_1 \quad (34)$$

Las ecuaciones (29), (30), (32), (33) y (34) constituyen el modelo no lineal del proceso. Teniendo en cuenta las denominaciones de variables de estado, control y perturbaciones dadas por las ecuaciones (21), (22), (23) y (24), las ecuaciones del sistema se pueden escribir de la forma general:

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= f_1[x_2(t), x_3(t), u_2(t), d_1(t)] \\ \dot{x}_2(t) &= f_2[x_1(t), x_2(t), x_3(t), d_1(t), d_2(t)] \\ \dot{x}_3(t) &= f_3[x_1(t), x_2(t), x_3(t), u_1(t), d_1(t), d_3(t)] \\ \dot{x}_4(t) &= f_4[x_2(t), x_3(t), u_2(t), u_3(t)] \\ \dot{x}_5(t) &= f_5[x_2(t), x_3(t), x_4(t), x_5(t), u_2(t)] \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

A partir de las ecuaciones (35) se pueden obtener las ecuaciones del sistema lineal, que se escriben de la forma:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + \Gamma d(t) \quad (36)$$

en donde las matrices A(5x5), B(5x2), Γ (5x3) se calculan a partir de los jacobianos:

$$A = \left(\frac{\partial \vec{f}}{\partial \vec{x}} \right)_s ; B = \left(\frac{\partial \vec{f}}{\partial \vec{u}} \right)_s ; \Gamma = \left(\frac{\partial \vec{f}}{\partial \vec{d}} \right)_s \quad (37)$$

El subíndice "s" indica estado estacionario o de equilibrio. Antes de realizar los cálculos de las ecuaciones (37) habrá que determinar el punto de equilibrio.

3 CONDICIONES DE ESTADO ESTACIONARIO

El modelo matemático desarrollado en el apartado anterior es fuertemente no lineal, siendo necesario linealizarlo a través de las ecuaciones (37). Como consecuencia del diseño del proceso [5], los parámetros y valores nominales en estado estacionario que definen al sistema vienen dados en la tabla 1.

Tabla 1 Parámetros y valores nominales		
Variable	Descripción	Valor
A_2	Área segundo efecto (ft ²)	4.6
U_2	Coefficiente Transmisión de calor (BTU/min.ft ² °F)	5.2345
B_1	Caudal másico fondos primer efecto (lb/min)	3.3
B_2	Caudal másico fondos segundo efecto (lb/min)	1.7
C_f	Concentración de soluto alimentación (% peso)	3.2
F	Caudal másico alimentación (lb/min)	5.0
h_f	Entalpía específica alimentación (BTU/lb)	162
h_1	Entalpía específica liquido primer efecto (BTU/lb)	194
P_1	Presión primer efecto (psia)	< 25
P_2	Presión segundo efecto (psia)	7.5
T_f	Temperatura vapor de calefacción (°F)	190
T_1	Temperatura primer efecto (°F)	225
T_2	Temperatura segundo efecto (°F)	160
W_1	Liquido retenido en el primer efecto (lb)	30
W_2	Liquido retenido en el segundo efecto (lb)	35
λ_s	Calor latente de condensación del vapor (BTU/lb)	948

Con los valores de la tabla 1 y con las ecuaciones del balance de materia y energía en cada efecto se determinan los valores de estado estacionario de O_1 , O_2 , C_1 , C_2 y S_f . Tomando los subíndices "s" correspondientes al estado estacionario de la ecuación (1) se deduce:

$$\frac{dW_1}{dt} = 0 \Rightarrow F_s - B_{1s} - O_{1s} = 0 \quad (38)$$

$$O_{1s} = 5 - 3.3 = 1.7 \text{ (lb/min)}$$

De la ecuación (4), en estado estacionario se deduce:

$$\frac{dC_1}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{1}{W_{1s}} [F_s(C_{fs} - C_{1s}) + O_{1s}C_{1s}] = 0$$

$$C_{1s} = \frac{F_s C_{fs}}{F_s + O_{1s}} = \frac{5 \cdot 3.2}{5 + 1.7} = 4.85 \text{ (% peso)} \quad (39)$$

Suponiendo despreciables las pérdidas de calor al exterior, de la ecuación (5) se calcula el valor de Q_{1s} :

$$\frac{dh_1}{dt} = 0 = [F_s(h_{fs} - h_{1s}) - O_{1s}(H_{v1s} - h_{1s}) + Q_{1s}] \quad (40)$$

Teniendo en cuenta la ecuación (31), en la ecuación (40) se conoce todo, por lo que:

$$Q_{1s} = O_{1s}(H_{v1s} - h_{1s}) - F_s(h_{fs} - h_{1s})$$

$$= 1.7(1156 - 194) - 5(162 - 194) \quad (41)$$

$$= 1795.4 \text{ (BTU/lb)}$$

Conocido el valor de Q_{1s} , el caudal necesario de vapor se determina a partir del calor latente de condensación:

$$Q_{1s} = \lambda_f S_{fs} \Rightarrow S_{fs} = \frac{Q_{1s}}{\lambda_f} \quad (42)$$

$$= \frac{1795.4}{948} = 1.9 \text{ (lb/min)}$$

De la ecuación (6) se obtiene el caudal de vapor en estado estacionario en el segundo efecto:

$$\frac{dW_2}{dt} = 0 \Rightarrow O_{2s} = B_{1s} - B_{2s} \quad (43)$$

$$= 3.3 - 1.7 = 1.6 \text{ (lb/min)}$$

La ecuación (6) particularizada en estado estacionario permite calcular C_{2s} :

$$\frac{dC_2}{dt} = 0 \Rightarrow B_{1s}(C_{1s} - C_{2s}) + O_{2s}C_{2s} = 0 \quad (44)$$

$$C_{2s} = \frac{B_{1s}C_{1s}}{B_{1s} + O_{2s}} = \frac{3.3 \cdot 4.85}{3.3 + 1.6} = 9.412 \%$$

Con los valores calculados anteriormente y los de la tabla 1 se pueden determinar las matrices jacobianas definidas en las ecuaciones (37).

4 CALCULO DE LAS MATRICES JACOBIANAS. MODELO LINEAL DEL PROCESO

A partir del análisis de estado estacionario realizado en el apartado anterior, se puede concluir que las derivadas parciales de los vectores campo f_i respecto a la variable de estado x_i (ver ecuaciones (35)) son nulas:

$$\left(\frac{\partial f_i}{\partial x_i} \right)_e = 0 ; i = 1, 2, 3, 4, 5 ; x_1 \equiv W_1 \quad (45)$$

ya que, por ejemplo, para la ecuación (4) se verifica:

$$\frac{\partial f_2}{\partial x_1} = -\frac{1}{W_1^2} [F(C_f - C_1) + O_1 C_1] \quad (46)$$

y al particularizar en estado estacionario se obtiene la ecuación (39). De igual forma se puede razonar para las otras ecuaciones. Por consiguiente, la primera columna de la matriz A es nula. Siguiendo un razonamiento similar, de igual forma se puede comprobar que:

$$\left(\frac{\partial f_i}{\partial x_4} \right)_e = 0 ; i = 1, 2, 3, 4, 5 ; x_4 \equiv W_2 \quad (47)$$

De la ecuación (47) se deduce que los elementos de la columna cuarta de la matriz A son nulos.

El resto de los elementos de la matriz A, calculados por filas son los siguientes. Fila uno:

$$\frac{\partial f_1}{\partial x_2} = \frac{\partial f_1}{\partial C_1} = \frac{\partial f_1}{\partial T_1} \frac{\partial T_1}{\partial C_1} ; T_1 = \frac{h_1 + 32}{1 - 0.16C_1} \quad (48)$$

Operando se obtiene:

$$\frac{\partial f_1}{\partial T_1} = -U_2 A_2 \left[\frac{1098 - 0.6T_1 + 0.6(T_1 - T_2)}{(1098 - 0.6T_1)^2} \right]$$

$$= -5.2345 \cdot 4.6 \left[\frac{1098 - 0.6 \cdot 160}{963^2} \right] = -0.026016 \quad (49)$$

$$\frac{\partial T_1}{\partial C_1} = \frac{0.16(h_1 + 32)}{(1 - 0.16 \cdot 4.85)^2} = 720.6632 \quad (50)$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial x_2} = -0.26016 \cdot 720.6632 = -18.7487 \quad (51)$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial x_3} = \frac{\partial f_1}{\partial h_1} = \frac{\partial f_1}{\partial T_1} \frac{\partial T_1}{\partial h_1} ; \quad \frac{\partial T_1}{\partial h_1} = \frac{1}{1 - 0.16C_1}$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial x_3} = -0.026016 \frac{1}{1 - 0.16 \cdot 4.85} = -0.1161 \quad (52)$$

El resto de los términos de la primera fila de la matriz A son nulos. Fila dos:

$$\frac{\partial f_2}{\partial x_2} = \frac{\partial f_2}{\partial C_1} = -\frac{F}{W_1} + f_n + \frac{C_1}{W_1} \frac{\partial f_n}{\partial C_1} \quad (53)$$

$$f_n = \frac{1}{W_1} \left[\frac{U_2 A_2 (T_1 - T_2)}{1098 - 0.6T_1} \right]$$

De las ecuaciones (53) se deduce:

$$\frac{\partial f_n}{\partial C_1} = \frac{\partial f_n}{\partial T_1} \frac{\partial T_1}{\partial C_1} =$$

$$U_2 A_2 \left[\frac{1098 - 0.6 \cdot 160}{963^2} \right] \cdot 720.6632 = 18.7487 \quad (54)$$

De las ecuaciones (53) y (54) se deduce:

$$\frac{\partial f_2}{\partial x_2} = 2.9185 \quad (55)$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial x_3} = \frac{\partial f_2}{\partial h_1} = \frac{\partial f_2}{\partial T_1} \frac{\partial T_1}{\partial h_1} ; \quad T_1 = \frac{h_1 + 32}{1 - 0.16C_1} \quad (56)$$

Operando la ecuación (56) se obtiene:

$$\frac{\partial f_2}{\partial x_2} = 0.01877 \quad (57)$$

El resto de los elementos de la fila dos son cero, ya que la componente f_2 del vector campo que definen las ecuaciones del sistema no dependen de las variables de estado x_4 y x_5 , es decir del líquido retenido en el segundo efecto y de la concentración de soluto en el mismo efecto. Fila tres:

$$\frac{\partial f_3}{\partial x_2} = \frac{\partial f_3}{\partial T_1} \frac{\partial T_1}{\partial C_1} ; \quad \frac{\partial T_1}{\partial C_1} = 720.6632$$

$$\frac{\partial f_3}{\partial T_1} = -\frac{U_2 A_2}{W_1} \left[\frac{1098 - 0.6T_2}{(1098 - 0.6T_1)^2} \right] (1066 + 0.4T_1 + h_1) \quad (58)$$

Operando la ecuación (58) se obtiene:

$$\frac{\partial f_3}{\partial x_2} = -616.7435 \quad (59)$$

Para el siguiente término se obtiene:

$$\frac{\partial f_3}{\partial x_3} = \frac{\partial f_3}{\partial h_1} = -\frac{F}{W_1} + \frac{\partial f_3}{\partial T_1} \frac{\partial T_1}{\partial h_1} ; \quad \frac{\partial T_1}{\partial h_1} = 4.46426$$

$$\frac{\partial f_3}{\partial T_1} = \frac{U_2 A_2}{W_2} \left[\frac{1098 - 0.6T_2}{(1098 - 0.6T_1)^2} \right] \quad (60)$$

Operando la ecuación (60) se obtiene:

$$\frac{\partial f_3}{\partial x_3} = -3.8367 \quad (61)$$

Fila cuatro de la matriz A:

$$\frac{\partial f_4}{\partial x_2} = \frac{\partial f_4}{\partial C_1} = -\frac{0.16T_2}{1098 - 0.6T_2} + \frac{\partial f_4}{\partial T_1} \frac{\partial T_1}{\partial C_1} \quad (62)$$

$$\frac{\partial f_4}{\partial T_1} = \frac{-U_2 A_2}{1098 - 0.6T_2}$$

Operando la ecuación (62) se obtiene:

$$\frac{\partial f_4}{\partial x_2} = -17.4023 \quad (63)$$

$$\frac{\partial f_4}{\partial x_3} = \frac{\partial f_4}{\partial h_1} = -\frac{B_1}{1098 - 0.6T_2} + \frac{\partial f_4}{\partial T_1} \frac{\partial T_1}{\partial h_1} \quad (64)$$

$$\frac{\partial f_4}{\partial T_1} = U_2 A_2 \left[\frac{1098 - 0.6T_2}{(1098 - 0.6T_1)^2} \right]$$

Operando la ecuación (64) se obtiene:

$$\frac{\partial f_4}{\partial x_3} = -0.029309 \quad (65)$$

Fila cinco de la matriz A:

$$\frac{\partial f_5}{\partial x_2} = \frac{\partial f_5}{\partial C_1} = \frac{0.16T_2C_2}{W_2(1098-0.6T_2)} + \frac{B_1}{W_2} + \frac{\partial f_5}{\partial T_1} \frac{\partial T_1}{\partial C_1}$$

$$\frac{\partial f_5}{\partial T_1} = U_2 A_2 \left[\frac{1098-0.6T_2}{(1098-0.6T_1)^2} \right] \frac{C_2}{W_2} \quad (65)$$

Operando la ecuación (64) se obtiene:

$$\frac{\partial f_5}{\partial x_2} = 5.15871 \quad (66)$$

$$\frac{\partial f_5}{\partial x_3} = \frac{\partial f_5}{\partial h_1} = -\frac{B_1 C_2}{W_2(1098-0.6T_2)} + \frac{\partial f_5}{\partial T_1} \frac{\partial T_1}{\partial h_1}$$

$$\frac{\partial f_5}{\partial T_1} = U_2 A_2 \left[\frac{1098-0.6T_2}{(1098-0.6T_1)^2} \right] \frac{C_2}{W_2} \quad (67)$$

Operando la ecuación (67) se obtiene:

$$\frac{\partial f_5}{\partial x_3} = 0.0321178 \quad (68)$$

El cálculo de la última derivada se obtiene rápidamente de la ecuación (34), que da:

$$\frac{\partial f_5}{\partial x_5} = -0.03176 \quad (69)$$

En resumen la matriz A queda de la forma:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -18.7487 & -0.1161 & 0 & 0 \\ 0 & 2.9185 & 0.01877 & 0 & 0 \\ 0 & -616.7435 & -3.8367 & 0 & 0 \\ 0 & -17.4023 & -0.02931 & 0 & 0 \\ 0 & 5.1587 & 0.03212 & 0 & -0.0317 \end{bmatrix} \quad (70)$$

De forma similar se calcula la matriz B. Los términos conflictivos son los siguientes:

$$\frac{\partial f_5}{\partial B_1} = \frac{C_2}{W_2} \left(\frac{h_1 + 32 + 0.16T_2C_1 - T_2}{1098 - 0.6T_2} \right) + \frac{C_1 - C_2}{W_2} \quad (71)$$

Operando la ecuación (71) se obtiene:

$$\frac{\partial f_5}{\partial B_1} = -0.0793 \quad (72)$$

$$\frac{\partial f_4}{\partial B_1} = 1 - \left(\frac{h_1 + 32 + 0.16T_2C_1 - T_2}{1098 - 0.6T_2} \right) \quad (72)$$

Operando la ecuación (72) se obtiene:

$$\frac{\partial f_4}{\partial B_1} = 0.81022 \quad (73)$$

Por consiguiente la matriz B es de la forma:

$$B = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 31.6 & 0 & 0 \\ 0 & 0.81022 & -1 \\ 0 & -0.0793 & 0 \end{bmatrix} \quad (74)$$

De forma similar se obtiene para la matriz de perturbaciones:

$$\Gamma = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{C_f C_1}{W_1} & \frac{F}{W_1} & 0 \\ \frac{h_f - h_1}{W_1} & 0 & \frac{F}{W_1} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \quad (75)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -0.055 & 0.1666 & 0 \\ -1.0666 & 0 & 0.1666 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Es importante tener en cuenta que al haber calculado las matrices A, B, Γ a partir de las ecuaciones no lineales del sistema particularizando las derivadas en los valores correspondientes al punto de equilibrio, como consecuencia del desarrollo en serie de Taylor, las ecuaciones lineales que se obtienen vienen expresadas en términos de variables incrementales o de desviación. O sea las ecuaciones del sistema lineal serán de la forma:

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}'(t) &= Ax'(t) + Bu'(t) + \Gamma d'(t) \\ y'(t) &= Cx'(t) \end{aligned} \right\} \quad (76)$$

en donde las variables de estado incrementales se definen de la forma:

$$x'(t) \equiv \begin{cases} W'_1(t) = W_1(t) - W_{1s} \\ C'_1(t) = C_1(t) - C_{1s} \\ h'_1(t) = h_1(t) - h_{1s} \\ W'_2(t) = W_2(t) - W_{2s} \\ C'_2(t) = C_2(t) - C_{2s} \end{cases} \quad (77)$$

De forma similar, las variables de control incrementales vienen expresadas como:

$$u'(t) \equiv \begin{cases} S'_f(t) = S_f(t) - S_{fs} \\ B'_1(t) = B_1(t) - B_{1s} \\ B'_2(t) = B_2(t) - B_{2s} \end{cases} \quad (78)$$

Las variables de perturbación incrementales asociadas a la corriente de entrada se escriben de la forma:

$$d'(t) \equiv \begin{cases} F'(t) = F(t) - F_s \\ C'_f(t) = C_f(t) - C_{fs} \\ h'_f(t) = h_f(t) - h_{fs} \end{cases} \quad (79)$$

En donde el subíndice “s” indica valores de estado estacionario, tal como se analizó en el apartado 3.

5 DISEÑO DEL SISTEMA DE CONTROL

El diseño del sistema de control se aborda a partir de las ecuaciones (76), (77), (78) y (79). Las variables de estado que se suponen medidas son las cantidades de líquido retenidas en el primer y segundo efecto $W'_1(t)$, $W'_2(t)$ y la concentración de soluto en la corriente de salida $C'_2(t)$, con lo cual la matriz C de salida será:

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (80)$$

A partir de las ecuaciones (76) es posible diseñar una ley de control que lleve los polos de lazo cerrado a unos valores determinados, por ejemplo un par de polos complejos conjugados para conseguir un transitorio deseado y el resto suficientemente alejados como para que no influyan. Sin embargo, este procedimiento tiene el inconveniente de que al cambiar la referencia

se producirá un error en estado estacionario u offset. Para eliminarlo, será necesario añadir un número de integradores igual al de variables de referencia [1]. En tal caso, se obtiene una planta aumentada, cuyo esquema general, para el sistema que se está considerando, se muestra en la figura 2.

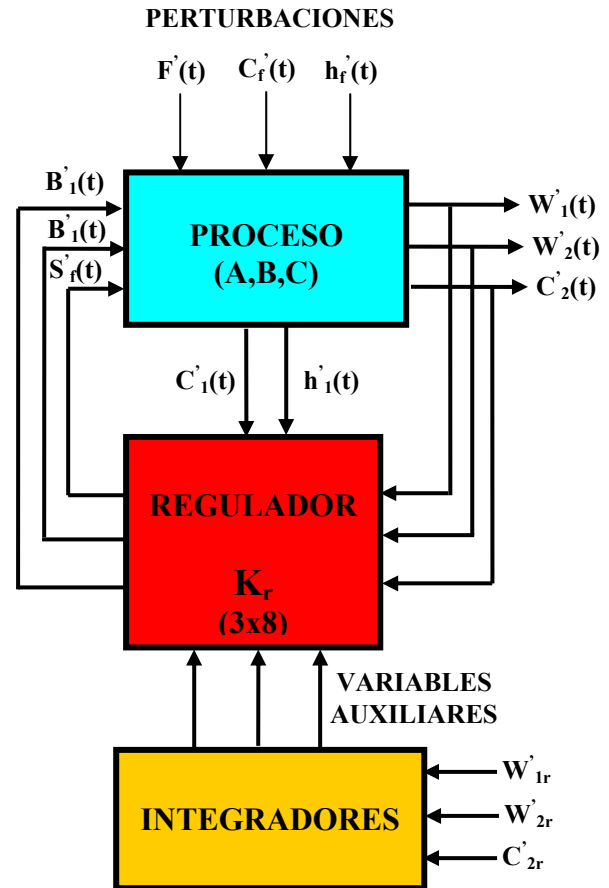


Fig. 2. Esquema del control realimentado

En la estructura de la figura 2, se observa que todas las variables de estado son medidas, sin embargo, si alguna de ellas, por ejemplo $h'_1(t)$ y $C'_1(t)$ no se pueden medir, en la estructura anterior habría que introducir un observador del estado de orden reducido para estimar estas variables. El regulador está formado por una matriz de constantes K (3x8) recibiendo información de las cinco variables del proceso más la de las variables auxiliares debido a la presencia de integradores para generar las tres salidas de control.

El primer paso de diseño es verificar que en la matriz transferencia del proceso (3x3) no aparecen ceros en el origen, puesto que en tal caso habría cancelaciones con los polos en el origen de los integradores, y por tanto la

correspondiente variable asociada al integrador que se cancela daría lugar a error en estado estacionario. Utilizando Matlab® con los valores de las matrices A, B, C dadas por las ecuaciones (70), (74), (80) y tomando D = zeros(3), la matriz transferencia se obtiene con los comandos:

```
>> sys1 = ss(A,B,C,D);
>> sys2 = zpk(sys1);
```

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{-3.6688}{s\Delta} & \frac{-1}{s} & 0 \\ \frac{-0.9258}{s\Delta} & \frac{0.8101}{s} & 0 \\ \frac{1.0149}{(s+0.04571)\Delta} & \frac{-0.0793}{s+0.04571} & 0 \end{bmatrix}$$

$$\Delta = s^2 + 0.9182s + 0.3789 \quad (81)$$

De la ecuación (81) se deduce que con el procedimiento de diseño propuesto no habrá cancelaciones polo-cero en el origen.

En la figura 2, el bloque de integradores puede integrarse en las ecuaciones del proceso (67) introduciendo un nuevo conjunto de variables de estado auxiliares v(t). De esta forma las ecuaciones del sistema global se pueden escribir de la forma:

$$\left. \begin{aligned} \dot{x}'(t) &= Ax'(t) + Bu'(t) + \Gamma d'(t) \\ y'(t) &= Cx'(t) \\ \dot{v}(t) &= r' - y'(t) \end{aligned} \right\} \quad (82)$$

En este caso las dimensiones de los vectores y las matrices son: A(5x5); B(5x3); Γ(5x3); C(3x5); x'(t)(5x1); u'(t)(3x1); d'(t)(3x1); v(t)(3x1); r'(3x1); y'(t)(3x1). Las ecuaciones (82) se pueden escribir en forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}'(t) \\ \dot{v}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x'(t) \\ v(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ I_v \end{bmatrix} r' + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} u'(t) + \begin{bmatrix} \Gamma \\ 0 \end{bmatrix} d'(t) \quad (83)$$

$$\begin{bmatrix} y'(t) \\ v(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C & 0 \\ 0 & I_v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x'(t) \\ v(t) \end{bmatrix}$$

En las ecuaciones (83), I_v es la matriz identidad de dimensiones (3x3) y los ceros son matrices nulas de dimensiones adecuadas. De acuerdo con la técnica de colocación de polos [1] se

introduce la ley vectorial de realimentación del estado:

$$u'(t) = -[K \quad K_v] \begin{bmatrix} x'(t) \\ v(t) \end{bmatrix} = -K_r \begin{bmatrix} x'(t) \\ v(t) \end{bmatrix} \quad (84)$$

Sustituyendo la ecuación (84) en la (83) se obtienen las ecuaciones del sistema en lazo cerrado:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}'(t) \\ \dot{v}(t) \end{bmatrix} = (A_a - B_a K_r) \begin{bmatrix} x'(t) \\ v(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ I_v \end{bmatrix} r' + \begin{bmatrix} \Gamma \\ 0 \end{bmatrix} d'(t) \quad (85)$$

siendo:

$$A_a = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix}; \quad B_a = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} \quad (86)$$

El vector de entradas r' son las entradas de referencia o puntos de consigna. El propósito del diseño es conseguir que el proceso alcance los valores fijados del punto de consigna cuando se alcance el estado estacionario, aún en presencia de las perturbaciones d'(t). Definiendo el vector de error dado por:

$$e(t) = \begin{bmatrix} x'(t) \\ v(t) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x'_s \\ v_s \end{bmatrix}; \quad u'_r(t) = u'(t) - u'_s$$

$$r' = r' - r'_s = 0; \quad d'_r(t) = d'(t) - d'_s = 0 \quad (87)$$

en donde el subíndice "s" se refiere a condiciones de estado estacionario. Teniendo en cuenta las ecuaciones (83), (84) y (87) la ecuación dinámica del error viene dada por:

$$\left. \begin{aligned} \dot{e}(t) &= A_a e(t) + B_a u'_r(t) \\ u'_r(t) &= -K_r e(t) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \dot{e}(t) = (A_a - B_a K_r) e(t) \quad (88)$$

La matriz K_r se puede determinar de forma unívoca si el sistema (88) es de estado completamente controlable, o sea si se verifica:

$$C = [B_a \quad A_a B_a \quad A_a^2 B_a \quad \dots \quad A_a^7 B_a] \quad (89)$$

$$\text{rango}(C) = 8$$

Para verificar que los cálculos son correctos, a partir de la ecuación (83) se puede definir una nueva ecuación matricial que relacione los valores de las variables de estado y de las variables auxiliares en estado estacionario con las matrices anteriormente definidas.

Para ello se forma la ecuación:

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ -C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x'_s \\ u'_s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ r'_s \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} x'_s \\ u'_s \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} A & B \\ -C & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ r'_s \end{bmatrix} \end{cases} ; u'_s = -K_r \begin{bmatrix} x'_s \\ u'_s \end{bmatrix} \quad (90)$$

Las ecuaciones (90) se pueden utilizar de forma independiente del proceso de simulación para verificar que los valores de estado estacionario coinciden con los del método de simulación utilizado. Nótese que la matriz ampliada de la ecuación (90) debe ser invertible.

Todos los razonamientos anteriores se pueden implementar utilizando Matlab[®] a través de los siguientes pasos:

1. Verificar que la matriz transferencia del proceso no tiene ceros en el origen.
2. Comprobar que el rango de la matriz de controlabilidad es 8.
3. Elegir un conjunto de polos de lazo cerrado deseados. Por ejemplo, se puede fijar el coeficiente de amortiguamiento δ y la frecuencia natural no amortiguada ω_n para tener un par de polos complejos conjugados dominantes: $-\delta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\delta^2}$ con $\delta < 1$ y tomar reales el resto de los polos alejados cinco o seis veces de la parte real positiva de los polos complejos. En este caso es necesario especificar 8 polos de lazo cerrado.
4. Determinar el valor de la matriz de ganancias del regulador K_r a través del comando *place*.
5. Simular las ecuaciones del sistema (83) con el comando *lsim*.

A continuación se estudian varios casos de diseño:

5.1. Sin perturbaciones y variaciones en el punto de consigna

Para un tiempo de establecimiento de 40 minutos y un coeficiente de amortiguamiento de 0.5, con lo cual se obtienen los polos complejos conjugados de:

$$t_s \cong \frac{3.2}{\delta\omega_n} \Rightarrow \delta\omega_n = 0.08 ; \delta = 0.5$$

$$s_{1,2} = -\delta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\delta^2}$$

$$s_{1,2} = -0.08 \pm j0.1385$$

Los valores de los polos de lazo cerrado son:

$$P = [-0.08 \pm j0.1385 \quad -4 \quad -4 \quad -4 \quad -5 \quad -5 \quad -5 \quad -5]$$

Es importante tener en cuenta que el orden de multiplicidad de los polos seleccionados no puede ser superior al rango de la matriz B [6]. Una vez fijado p, se forman las matrices:

$$\begin{aligned} >> Aa = [A \text{ zeros}(5,3); -C \text{ zeros}(3)]; \\ >> Ba = [B; \text{zeros}(3)]; \end{aligned}$$

A continuación se calcula el rango de la matriz de controlabilidad Co para verificar que su rango es 8:

$$>> Co = \text{ctrb}(Aa, Ba); \text{rank}(Co)$$

Si el rango es el adecuado, se calcula la matriz de ganancias con el comando:

$$>> Kr = \text{place}(Aa, Ba, p);$$

$$K_r = \begin{bmatrix} K_{r1} & K_{r2} \end{bmatrix}$$

$$K_{r1} = \begin{bmatrix} 0.0041 & 0.5772 & 0.00336 & 0 \\ -0.4238 & 14.3434 & 0.02776 & 0 \\ -0.3432 & 29.0222 & 0.05179 & -0.9 \end{bmatrix}$$

$$K_{r2} = \begin{bmatrix} -0.05889 & 0.00349 & 0 & -0.03602 \\ -6.0542 & -0.2248 & 0 & -0.07809 \\ -4.9046 & 0.18127 & 0.2 & -0.06327 \end{bmatrix}$$

Conocida la matriz Kr se forman las matrices:

$$\begin{aligned} >> Aaa = Aa - Ba*Kr; \\ >> Baa = [\text{zeros}(5,3); \text{eye}(3)]; \text{Caa} = \text{eye}(8); \\ >> Baaa = [Baa; W \text{zeros}(3)]; \\ >> Daa = \text{zeros}(8,6); \end{aligned}$$

A continuación se forma la matriz de las señales de entrada:

$$\begin{aligned} >> t = [0:0.01:100] \text{ \% tiempo de simulación.} \\ >> N = \text{length}(t); \\ >> u1 = [0.05*\text{ones}(1,N); -0.05*\text{ones}(1,N); \\ & \quad 0.1*\text{ones}(1,N); \text{zeros}(3,N)]; \end{aligned}$$

La variación de los puntos de consigna no puede ser arbitraria, ya que en tal caso la hipótesis de linealidad deja de ser válida. En tal caso los resultados obtenidos pueden carecer de significado, al obtenerse variaciones de las señales de control (caudales) que durante el comportamiento transitorio llegan a alcanzar valores negativos. La simulación se realiza con el comando:

$$>> z1 = \text{lsim}(Aaa, Baaa, Caa, Daa, u1, t);$$

Los resultados se muestran en las figura 3.

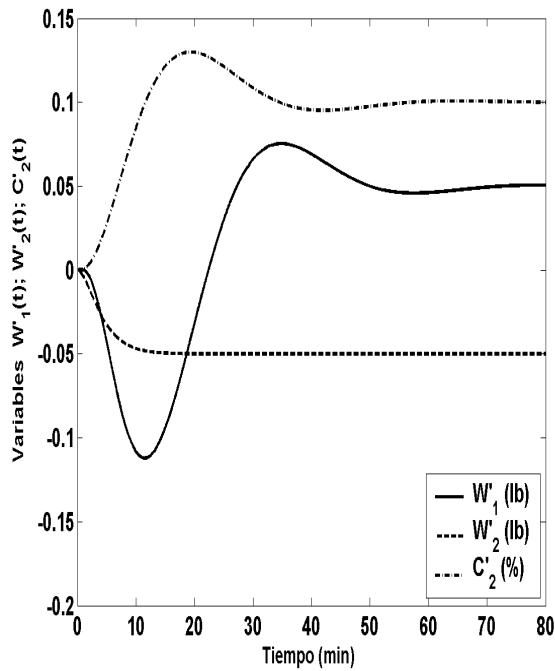


Fig. 3. Respuesta del sistema ante variación de los puntos de consigna.

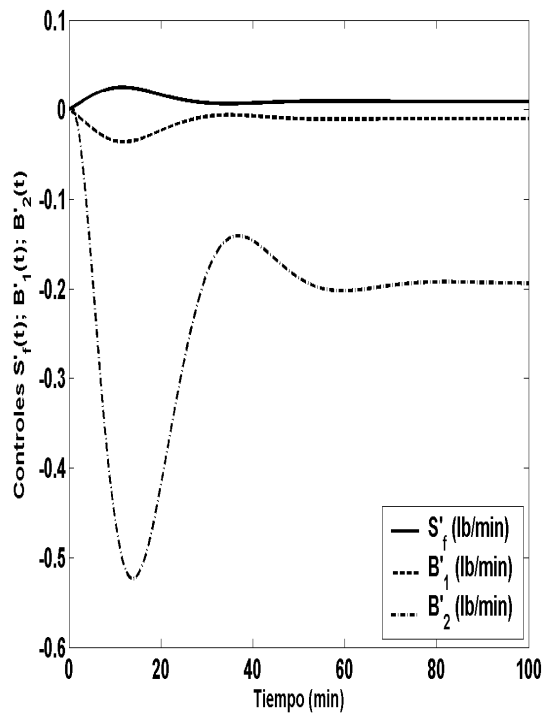


Fig. 4 Señales de control

Se observa que los estados están expresados en variables de desviación respecto al valor cero (o sea cuando los puntos de consigna coinciden con los valores de estado estacionario de la tabla 1 y con los valores deducidos en el apartado 3) y tienden a los nuevos valores de las consignas definidos en la matriz $u1$. Las variables medidas sobre las que no actúan las referencias, toman los valores de estado estacionario que les corresponden. De igual forma las variables auxiliares alcanzan un valor de estado estacionario arbitrario.

En la figura 4 se muestran las señales de control calculadas a partir de:

$$\gg u_{c1} = -K_r * z1';$$

Obsérvese como los picos del transitorio de los caudales máxicos de salida de cada uno de los efectos $B'_1(t)$ y $B'_2(t)$ no superan los valores de estado estacionario indicados en la tabla 1, lo cual significa que los valores de los caudales $B_1(t)$ y $B_2(t)$ nunca toman valores negativos, lo cual significaría que válvula de control permanecería cerrada durante cierto tiempo. Estas situaciones no son deseables desde el punto de vista de operación, ya que pueden dar lugar a la aparición de dinámicas no modeladas, fenómenos oscilatorios etc.

5.2. Con perturbaciones y sin variaciones en el punto de consigna

Repitiendo los razonamientos del caso anterior solo es necesario cambiar la matriz de las señales de entrada:

$$\gg u_2 = [\text{zeros}(3,N); 0.5 * \text{ones}(1,N); -0.1 * \text{ones}(1,N); 5 * \text{ones}(1,N)];$$

En este caso se observa que las tres primeras señales de entrada son nulas. La simulación se lleva a cabo con el comando:

$$\gg z_2 = \text{lsim}(A_{aa}, B_{aaa}, C_{aa}, D_{aa}, u_2, t);$$

Los resultados obtenidos para las mismas variables de estado del caso anterior se muestran en la figura 5.

Se observa como las variables de estado alcanzan un estado estacionario cero; o sea los puntos de consigna no quedan modificados por la acción de las perturbaciones. Las señales de control se calculan a partir de:

$$\gg u_{c2} = -K_r * z_2';$$

Los resultados se muestran en la figura 6.

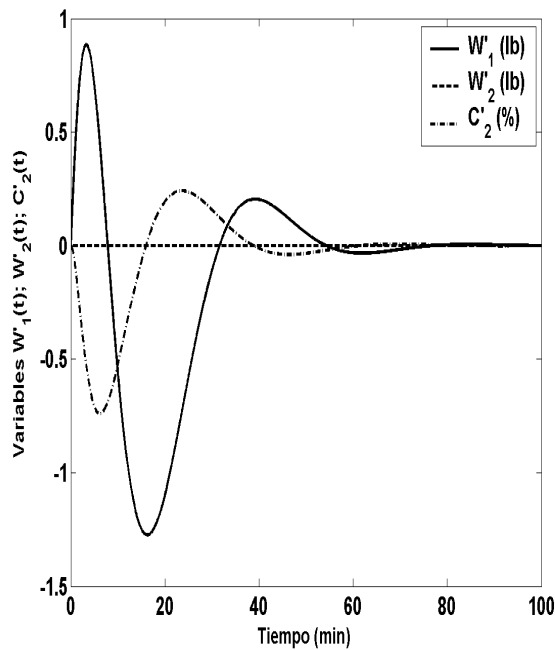


Fig. 5. Respuesta del sistema ante entrada de perturbaciones en la corriente de entrada

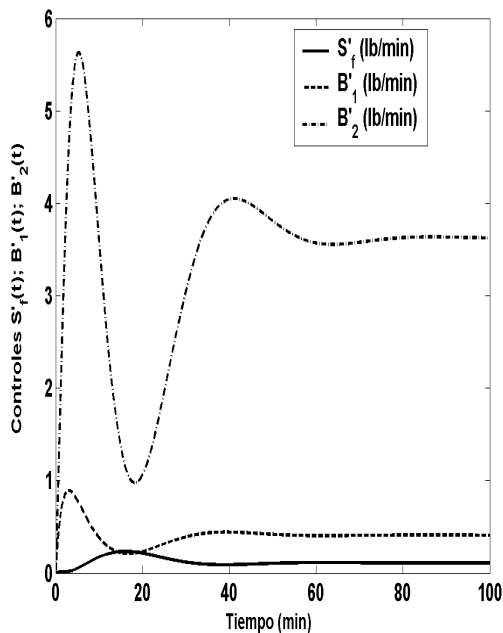


Fig. 6. Señales de control ante entrada de perturbaciones y sin variación en los puntos de consigna.

Un aspecto interesante de la gráfica anterior es que las perturbaciones, tal como se han definido en la matriz u_2 , afectan relativamente mucho más al caudal de salida del segundo efecto que

del primero; resultado que no es intuitivo a la vista de las ecuaciones que modelan el proceso.

5.3. Con perturbaciones y variaciones en el punto de consigna

Repitiendo los razonamientos del caso anterior solo es necesario cambiar la matriz de las señales de entrada:

```
>> u3 = [0.05*ones(1,N); -0.05*ones(1,N);
         0.1*ones(1,N); ones(1,N);
         -0.1*ones(1,N); ones(1,N)];
>> z3 = lsim(Aaa,Baaa,Caa,Daa,u2,t);
```

Los resultados obtenidos para las mismas variables de estado del caso anterior se muestran en la figura 7.

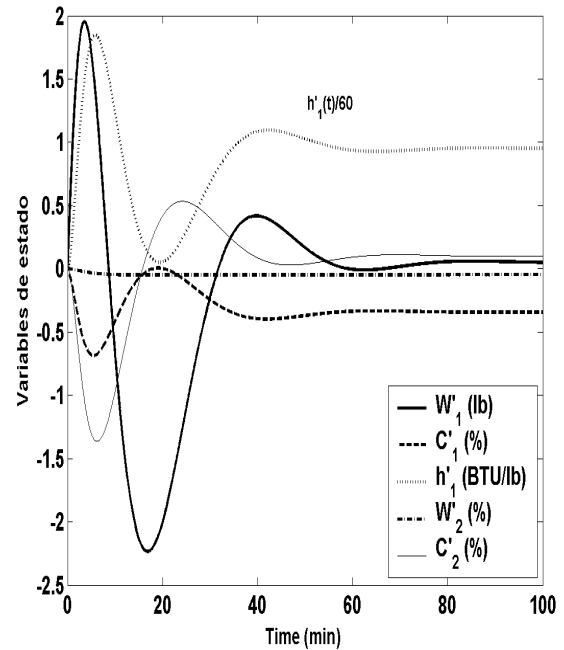


Fig. 7. Respuesta del sistema ante entrada de perturbaciones y variaciones en el punto de consigna

En la figura 7 se han representado los transitorios de todas las variables de estado. Se observa que las variables $W'_1(t)$, $W'_2(t)$ y $C'_2(t)$ evolucionan a los valores de estado estacionario muy próximos a los valores de 0.05, -0.05 y 0.1 respectivamente, aún en presencia de perturbaciones. El resto de las variables de estado $h'_1(t)$ y $C'_1(t)$ alcanzan el valor de estado estacionario que les corresponde. Por consiguiente, se comprueba que el diseño del sistema de control tiene un buen rechazo de perturbaciones.

Las señales de control se calculan a partir de:

```
>> uc3 = -Kr*z3';
```

Los resultados obtenidos se muestran en la figura 8

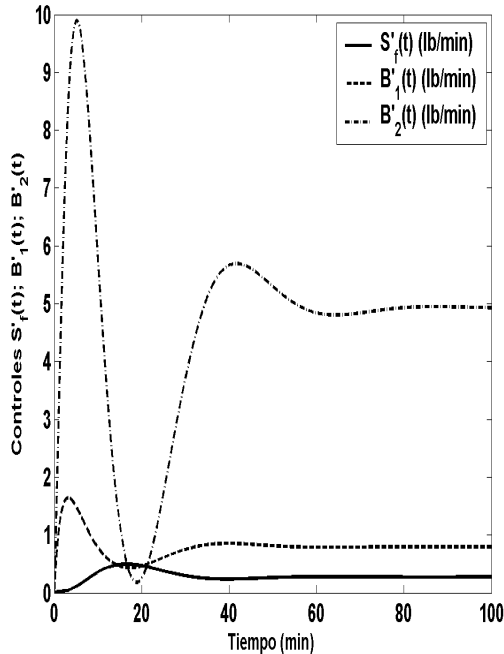


Fig.8. Señales de control ante entradas de perturbación y variaciones en el punto de consigna.

Al igual que en el caso anterior, el caudal de salida $B'_{2}(t)$ del segundo efecto debe aumentarse para conseguir que las variables de estado afectadas por las referencias alcancen los nuevos puntos de consigna.

5.4. Comprobación de los cálculos realizados

De acuerdo con el procedimiento de diseño presentado, es posible obtener los valores de estado estacionario, de forma independiente del método de integración, de todas las variables, incluidas las asociadas a los integradores. Para ello, eligiendo uno de los casos anteriores, por ejemplo el 5.1, se opera de la siguiente forma.

Se forma la matriz P y se comprueba que el rango es 8:

```
>> P = [A B; -C zeros(3)]; rank(P)
>> % rank(P) = 8
```

A partir de las ecuaciones (90) se determina la variable auxiliar:

```
>> xuin = -inv(P)*[0 0 0 0 0.05 -0.05 0.1];
```

Los valores obtenidos son:

```
xuin = [0.05 0.0144 -2.2446 -0.05 0.1
        0.0092 -0.0101 -0.1936]
```

Se observa que los valores $xuin(1:5)$ coinciden con los valores de estado estacionario de la variable z_1 (véase figura 3), mientras que el resto de los valores $xuin(6:8)$ coinciden muy aproximadamente con los de estado estacionario de la figura 4. En la figura 9 se muestra la evolución de las variables auxiliares asociadas a los integradores.

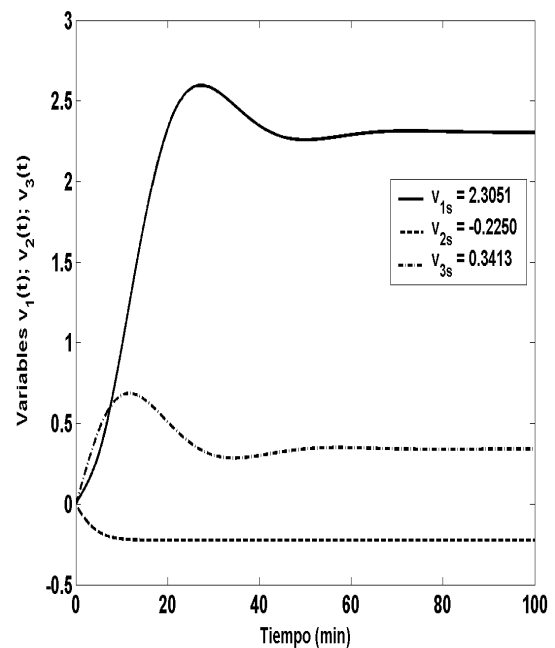


Fig. 9. Valores de las variables auxiliares

Los valores de estado estacionario de las variables auxiliares se determinan de la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} u_{1s} \\ u_{2s} \\ u_{3s} \end{bmatrix} = -K_r(1:3,1:5) \cdot \begin{bmatrix} 0.05 \\ 0.0144 \\ -2.2459 \\ -0.05 \\ 0.1 \end{bmatrix}$$

$$-K_r(1:3,6:8) \cdot \begin{bmatrix} v_{1s} \\ v_{2s} \\ v_{3s} \end{bmatrix}$$

A partir de la ecuación anterior se deduce:

$$\begin{bmatrix} v_{1s} \\ v_{2s} \\ v_{3s} \end{bmatrix} = -\{K_r(1:3,6:8)\}^{-1} \cdot M$$

$$M = \left\{ \begin{bmatrix} 0.0092 \\ -0.0101 \\ -0.1937 \end{bmatrix} - K_r(1:3,1:5) \begin{bmatrix} 0.05 \\ 0.0144 \\ -2.2459 \\ -0.05 \\ 0.1 \end{bmatrix} \right\}$$

Los valores obtenidos son:

$$\begin{bmatrix} v_{1e} \\ v_{2e} \\ v_{3e} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.3084 \\ -0.2214 \\ 0.3400 \end{bmatrix}$$

Estos valores coinciden muy aproximadamente con los de la figura 9. Por consiguiente el procedimiento de cálculo se puede considerar correcto.

6 CONCLUSIONES

De los resultados presentados en este trabajo, se concluye que los procesos continuos modelados a partir de balances de materia y energía, formados por unidades interconectadas entre sí, y con parámetros cuyos valores dependen de funciones no lineales del proceso, dan lugar a modelos matemáticos complejos. Para llevar a cabo el diseño del sistema de control, es necesario linealizar el modelo en torno al punto de equilibrio para obtener un sistema lineal tipo MIMO. A partir de los estudios de simulación, y debido a la no linealidad del modelo, se ha comprobado que no es posible obtener un buen control cuando las desviaciones de los puntos de consigna superan un $\pm 10\%$ del valor nominal. El método clásico de diseño de este tipo de sistemas, consiste en un control descentralizado basado en técnicas SISO que utiliza una matriz diagonal de reguladores PID. El problema de este diseño consiste en ajustar las constantes de acción proporcional derivada e integral para obtener el comportamiento deseado, sin considerar el efecto de la interacción entre bucles de control. El inconveniente reside en que no es fácil saber como reajustar los parámetros de los reguladores ante variaciones en los puntos de consigna. Los métodos de control avanzados basados en geometría diferencial tienen el inconveniente de dar

señales de control complejas, de forma que es difícil saber como el control afecta a las variables de estado. Los métodos de diseño basados en observador-asignación de polos han sido poco utilizados en la industria de procesos. El inconveniente fundamental radica en que son poco intuitivos, y en que el ajuste de la matriz de ganancias depende de los polos deseados de lazo cerrado, cuya elección es arbitraria. De hecho, una elección no adecuada de dichos polos puede dar lugar a señales de control muy grandes, cuando se comparan con los reguladores estándar del tipo PID. Por otro lado es necesario que todas las variables de estado estén disponibles para medida, lo cual nunca se puede conseguir en la práctica. La ventaja del procedimiento propuesto en este trabajo es que da la posibilidad de familiarizar al diseñador con los valores y tipo de transitorios que se pueden esperar en un sistema complejo como el estudiado. De esta forma se puede obtener información útil del funcionamiento de la planta controlada, que se puede utilizar como comparación para el diseño de otros sistemas de control. Otra ventaja es que se obtiene un sistema de control centralizado, de forma que para plantas complejas se obtiene una visión global del funcionamiento de la misma. Para el diseño del control de procesos más complejos, es de esperar que estas técnicas, combinadas con observadores de orden reducido, tengan un campo de aplicación cada vez mayor.

REFERENCIAS

- [1] P. Albertos and A. Sala. Multivariable Control Systems. Springer, 2004.
- [2] G.C. Goodwin, S.F. Graebe, M.E. Salgado. Control System Design. Prentice Hall. Englewood Cliffs N.J. 2001.
- [3] W.H. Ray. Advanced Process Control. McGraw-Hill. N.Y. 1981
- [4] Alberto Isidori. Nonlinear Control Systems. Springer Verlag, 1995.
- [5] P. Daoutidis, A. Kumar. Structural Analysis and Output Feedback Control of Nonlinear Multivariable Processes. AIChE. Vol. 40 No. 4. pp 647-669. 1994
- [6] P.J. Antsaklis, A.N. Michel. Linear Systems. McGraw-Hill, N.Y. 1997.
- [7] T. E. Marlin. Process Control McGraw-Hill. N.Y. 2000.