

Modelización y control de un eje sustentado mediante levitación magnética activa

I. Arredondo

D. Electricidad y Electrónica UPV/EHU, Leioa (Bizkaia), email: webarloi@lg.ehu.es

J. Jugo

D. Electricidad y Electrónica UPV/EHU, Leioa (Bizkaia), email: josu@we.lc.ehu.es

V. Etxebarria

D. Electricidad y Electrónica UPV/EHU, Leioa (Bizkaia), email: victor@we.lc.ehu.es

Resumen

En este trabajo se presenta el estudio de un eje sustentado mediante levitación magnética activa. Se ha obtenido un modelo de la sustentación de un sistema de laboratorio (MBC500 Rotor Dynamics) mediante la superposición de mecánica clásica y análisis de elementos finitos, con su consiguiente validación experimental. En base al modelo se ha diseñado una estrategia de control basada en la simetría del dispositivo, que ha sido implementada experimentalmente mediante un controlador digital. Finalmente, se ha ampliado el modelo para considerar la dinámica de rotación del eje. Se presenta además, un método de identificación de la planta.

Palabras clave: Cojinetes magnéticos activos, sistema flexible, control digital.

1. Introducción

La levitación magnética y en particular los cojinetes magnéticos activos (AMB), ocupan una línea de investigación en desarrollo tanto académica como industrialmente, debido a las ventajas que proporciona, en especial, la ausencia de rozamiento. Existen aplicaciones en técnicas de vacío, almacenamiento de energía, máquina herramienta, aislamiento de vibración, entre otras [7], áreas, en definitiva, en las que se necesitan altas velocidades, con la posibilidad de un control activo de vibración sin desgaste mecánico. Este aspecto los hace especialmente atractivos en sistemas de mecanizado de altas prestaciones, donde la tecnología tradicional presenta problemas debido al calentamiento que provoca el rozamiento a altas velocidades.

Sin embargo, los cojinetes magnéticos, tienen también algunas desventajas como el hecho de ser inestables y menos amortiguados que los cojinetes convencionales. Esto provoca que el diseño de un controlador sea estrictamente necesario y que la

consecución de un comportamiento apropiado del sistema pueda ser complicada, en función de la aplicación concreta que se considere. La expectativas sobre esta tecnología han motivado un aumento del interés por su control (ver por ejemplo [1, 4, 6, 8, 3, 5]).

En este trabajo se utiliza la simetría inherente que existe en muchos de los dispositivos basados en levitación magnética activa para facilitar el diseño de estrategias de control. Como primer paso, para realizar el diseño es necesario obtener un modelo del sistema, primero de la dinámica de sustentación del eje y segundo, de la dinámica inducida por la rotación de éste.

La organización del texto es la siguiente. En primer lugar se describe el sistema experimental y se obtiene un modelo adecuado de la dinámica de sustentación del eje. Obtenido el modelo se presenta en la sección 2 la técnica de diseño basada en la simetría del sistema. En la sección 3 se presenta la ampliación del modelo al considerar la dinámica inducida por la rotación del eje. Las conclusiones se presentan en la sección 4 y, finalmente, se presenta en el apéndice una metodología para la identificación del sistema, basada también en su simetría.

2. Modelado del dispositivo experimental

El sistema sobre el que se han realizado los ensayos se compone de tres elementos fundamentales, el sistema de levitación por cojinetes magnéticos MBC500 Rotor Dynamics de Launch Point Technologies [10], el procesador digital de señal DS1003 [9] y un PC con MatLab/Simulink [11] y el software de control (ControlDesk) del DSP. Un esquema de el sistema completo se encuentra en la figura 1.

La parte fundamental del sistema a estudio es el dispositivo de cojinetes magnéticos del que se necesita un modelo preciso que permita hacer

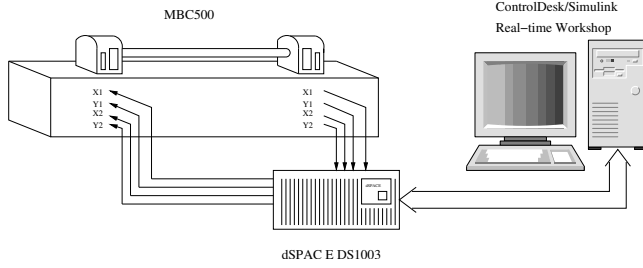


Figura 1: Dispositivo experimental

simulaciones con fiabilidad para poder más tarde implementar los controles diseñados.

El MBC500 Rotor Dynamics está compuesto por dos AMB y una varilla con capacidad de rotación mediante una turbina de aire comprimido, lo que le permite alcanzar velocidades superiores a 25000 rpms. La posición de la misma se determina por sensores de efecto Hall y de corrientes inducidas localizados en diferentes lugares y la actuación sobre los cojinetes está dirigida mediante amplificadores de voltaje (figura 2). Así mismo, existen puntos por los que obtener diferentes señales (la posición medida por los sensores, el error entre la señal de entrada y la de salida del controlador, que se encuentra en el lazo de realimentación) y otros por los que actuar sobre los amplificadores.

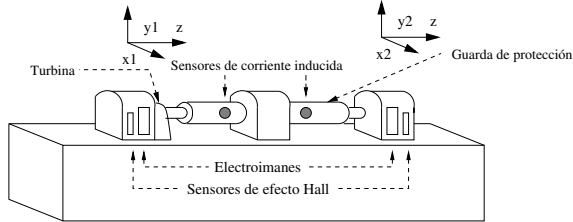


Figura 2: MBC500 Rotor Dynamics

Teniendo en cuenta la configuración diferencial de los ocho polos dispuestos simétricamente en cada uno de los cojinetes del MBC500 Rotor Dynamics, tal y como se puede apreciar en la figura 3, las fuerzas ejercidas sobre el eje x y el eje y están desacopladas en el caso de estudiar la sustentación del eje en posición estática o a velocidades de giro relativamente bajas. Así, se puede hacer el estudio independientemente para los dos ejes, lo cual simplifica el análisis ya que estos son equivalentes salvo por el efecto de la gravedad sobre el eje y .

Para permitir una mayor modularidad en el modelo, se va a considerar que la dinámica estática de sustentación de la varilla queda determinada por la superposición de la dinámica rígida obtenida mediante un análisis clásico y de la dinámica flexible obtenida mediante la utilización de un

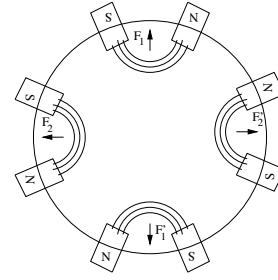


Figura 3: Configuración de los polos

análisis de elementos finitos FEA.

2.1. Dinámica rígida

Para desarrollar el modelo de esta dinámica se pueden utilizar las leyes de Newton referidas al centro de masas (C.M.) x_0 y el ángulo θ que toma la varilla con respecto al eje z , tal y como se observa en la figura 4, lo que conduce al sistema de ecuaciones (1). Las variables implicadas son:

$X_i \equiv$ Posición en los sensores

$x_i \equiv$ Posición en los cojinetes

$F_i \equiv$ Fuerza ejercida por el cojinete i sobre el rotor

$L \equiv$ Longitud del rotor

$l \equiv$ Distancia entre el extremo del rotor y el cojinete

$l_2 \equiv$ Distancia entre el extremo del rotor y el sensor de efecto Hall

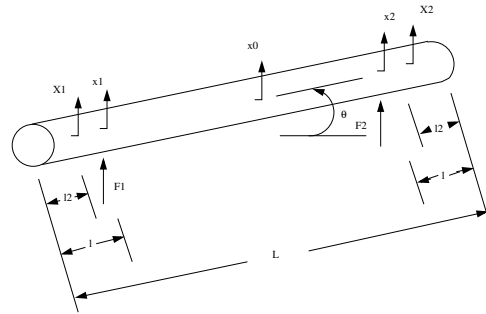


Figura 4: Sistema de coordenadas sobre el eje

$$\begin{aligned} F_1 + F_2 &= m\ddot{x}_0 \\ -\left(\frac{L}{2} - l\right) F_1 + \left(\frac{L}{2} - l\right) F_2 &= I_0\ddot{\theta} \end{aligned} \quad (1)$$

Lo que conduce a la representación de variables de estado:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_0 \\ \ddot{x}_0 \\ \dot{\theta} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ \dot{x}_0 \\ \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{1}{m} & \frac{1}{m} \\ 0 & 0 \\ -\frac{1}{I_0}(\frac{L}{2}-l) & \frac{1}{I_0}(\frac{L}{2}-l) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix} \quad (2)$$

donde la ecuación que relaciona el vector de estado y la posición medida en los sensores de efecto Hall, señales que se utilizarán para generar la señal de control es:

$$\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -(\frac{L}{2}-l_2) & 0 \\ 1 & 0 & (\frac{L}{2}-l_2) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ \dot{x}_0 \\ \sin\theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} \quad (3)$$

A su vez estas posiciones darán un voltaje medible según la ecuación no lineal (4)

$$V_{sensor_i} = 10volts/mmX_i + 24volts/mm^3X_i \pm \pm 1volt\ off\ set \quad (4)$$

La fuerza que generan los cojinetes sobre el eje, que es la entrada del sistema, viene determinada por la posición de la varilla en ese lugar x_i y la intensidad i_i sobre el bobinado que conforma el electroimán, (5).

$$F_i = K \frac{(i_i + i_0)^2}{(x_i - x_g)^2} - K \frac{(i_i - i_0)^2}{(x_i + x_g)^2} \quad (5)$$

donde $K = 2,8 \times 10^{-7} Nw \cdot m^2 / A^2$ es una constante geométrica propia del cojinete, i_0 es una corriente de bias y $x_g = 0,0004m$ es la distancia media entre el cojinete y el rotor. Hay que añadir que la ecuación (5) deja de ser válida cuando el eje se acerca a los electroimanes, ya que la fuerza se satura.

Para completar el modelo, las posiciones en los cojinetes se relacionan con las variables de estado según la ecuación (6).

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -(\frac{L}{2}-l) & 0 \\ 1 & 0 & (\frac{L}{2}-l) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ \dot{x}_0 \\ \sin\theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} \quad (6)$$

y la intensidad sobre la que se actúa mediante amplificadores de voltaje se rige mediante la ecuación (7)

$$i_{control_i} = \frac{0,25}{(1 + 2,2 \cdot 10^{-4} s)} \frac{A}{volt} V_{control_i} \quad (7)$$

donde $V_{control_i}$ es una de las variables sobre la que se tiene acceso externo mediante puertos BNC.

Aunque, en principio, esta ecuación puede ser simplificada, pues su dinámica es más rápida que la del sistema total (rígido), al añadir la parte flexible esto deja de ser cierto por lo que debe considerarse.

Para facilitar el análisis y diseño, se procede a una linealización del sistema en torno al punto de trabajo (0,0). Aplicando a la ecuación (5) un desarrollo de Taylor

$$F_i = K_x x_i + K_I i_i \quad (8)$$

con $K_x = \frac{4K i_0^2}{x_g^3}$ y $K_I = \frac{4K i_0}{x_g^2}$. Por otro lado, el sensor se puede representar mediante la ganancia

$$V_{sensor_i} = 10000volts/mX_i \quad (9)$$

y aplicando aproximaciones trigonométricas en (3) y (6), $\sin\theta \simeq \theta$, y operando con estas expresiones se obtiene el sistema correspondiente a la dinámica rígida (ecuación (10)).

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_0 \\ \ddot{x}_0 \\ \dot{\theta} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{2}{m}K_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2K_x L_1^2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ \dot{x}_0 \\ \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} + \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{1}{m}K_i & \frac{1}{m}K_i \\ 0 & 0 \\ -\frac{K_i}{I_0}L_1 & \frac{K_i}{I_0}L_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{cont1} \\ V_{cont2} \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$\begin{bmatrix} V_{sensor1} \\ V_{sensor2} \end{bmatrix} = 10^4 \begin{bmatrix} 1 & 0 & -(\frac{L}{2}-l_2\theta) & 0 \\ 1 & 0 & (\frac{L}{2}-l_2\theta) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ \dot{x}_0 \\ \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix}$$

donde $L_1 = \frac{L}{2} - l$.

2.2. Modelado de la dinámica flexible

Una vez conseguida la dinámica rígida se procede a introducir la flexible. En este sistema son relevantes los dos primeros modos y se han calculado mediante análisis de elementos finitos (FEA), [2], donde se han elegido varios puntos críticos del rotor como se observa en la figura 5.

Así para el primer modo se ha obtenido:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{f1} \\ \dot{x}_{f2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1,14 \cdot 10^3 \\ -1,14 \cdot 10^3 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{f1} \\ x_{f2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2,8 \cdot 10^3 & 2,8 \cdot 10^3 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\begin{bmatrix} V_{sensor1} \\ V_{sensor2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -0,1121 \cdot 10^{-4} \\ 0 & -0,1121 \cdot 10^{-4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{f1} \\ x_{f2} \end{bmatrix}$$

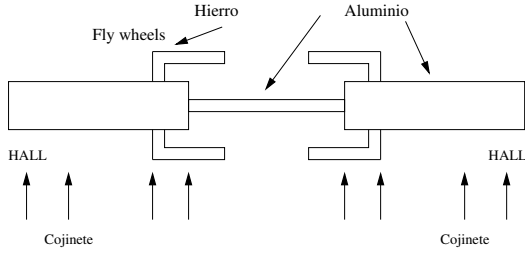


Figura 5: Descripción del rotor

y para el segundo:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}_{f3} \\ \dot{x}_{f4} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 2,58 \cdot 10^3 \\ -2,58 \cdot 10^3 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{f3} \\ x_{f4} \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} -2,9 \cdot 10^3 & 2,9 \cdot 10^3 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix} \quad (12) \\ \begin{bmatrix} V_{sensor_1} \\ V_{sensor_2} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 0,405 \cdot 10^{-5} \\ 0 & -0,405 \cdot 10^{-5} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{f3} \\ x_{f4} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Uniendo los dos sistemas en una sólo expresión matricial se obtiene

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}_f &= A_{flex} \tilde{x}_f + B_{flex} \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix} \quad (13) \\ V_{sensor}^{flex} &= C_{flex} \tilde{x}_f \end{aligned}$$

Ahora las dinámicas rígida y flexible conforman el sistema con el vector de estado $x = [x_{f1}, x_{f2}, x_{f3}, x_{f4}, \dot{x}_0, x_0, \theta, \dot{\theta}]$

$$\begin{aligned} \dot{x} = \begin{bmatrix} \dot{\tilde{x}}_f \\ \dot{\tilde{x}} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A_{flex} & 0 \\ 0 & A_{rig} \end{bmatrix} x \quad (14) \\ &+ \begin{bmatrix} B_{flex} \\ B_{rig} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Una de las características fundamentales de este sistema es su inestabilidad que no permite una validación directa del modelo obtenido, por lo que se realizará tras el diseño de un controlador que asegure la estabilidad en lazo cerrado.

3. Diseño del controlador

En esta sección se va a presentar una metodología de diseño basada en la simetría inherente en este tipo de sistemas. El objetivo final es el diseño basado en el lugar de las raíces, tras una simplificación de la estructura inicial MIMO. En primer lugar se obtiene una versión del sistema (14) mediante una matriz de transferencia:

$$\begin{bmatrix} V_{sensor_1} \\ V_{sensor_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B & A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{control_1} \\ V_{control_2} \end{bmatrix} \quad (15)$$

donde

$$A = \frac{1104992,6792(s+337,6)(s-337,6)}{(s+396,5)(s+290,9)(s-396,5)(s-290,9)} \frac{(s^2+3,31)}{(s^2+1,003 \cdot 10^6)(s^2+6,412 \cdot 10^6)(2,2 \cdot 10^{-4}s+1)} \quad (16)$$

$$B = \frac{-18424,2345(s-9771)(s+9771)(s+769,3)}{(s+396,5)(s+290,9)(s-396,5)(s-290,9)} \frac{(s-124)(s+124)}{(s^2+1,003 \cdot 10^6)(s^2+6,412 \cdot 10^6)(2,2 \cdot 10^{-4}s+1)} \quad (17)$$

Como se puede observar existe simetría en la expresión anterior, lo cual permite desarrollar una técnica de control basada en esa característica. Así dado el esquema de la figura 6 y suponiendo un controlador diagonal tal y como se representa en la ecuación (18):

$$C = \begin{bmatrix} C & 0 \\ 0 & C \end{bmatrix} \quad (18)$$

a fin de mantener la mencionada simetría se llega a la expresión

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} V_{sensor_1} \\ V_{sensor_2} \end{bmatrix} &= \frac{1}{[1+C(A+B)][1+C(A-B)]} \\ &= \begin{bmatrix} A+C(A^2-B^2) & B \\ B & A+C(A^2-B^2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \end{bmatrix} \quad (19) \end{aligned}$$

y de la misma manera se puede hallar una expresión que relaciona $V_{control_i}$ con r_i . Teniendo en cuenta que se persigue una prueba experimental del diseño realizado y que la implementación se realiza mediante un dispositivo digital, se obtiene en primer lugar una versión discreta de nuestro sistema eligiendo un periodo de muestreo adecuado a su correcta representación y a los requerimientos hardware. En este caso y tras diversas pruebas se ha elegido en valor de $T = 1/12500s$ como periodo de muestreo. Por otro lado, con ese periodo de muestreo, las características dinámicas del sistema son similares en el dominio continuo y discreto, por lo que los resultados obtenidos son similares. Para simplificar la notación se mantiene la designación A y B utilizada, pero teniendo en cuenta que estas funciones de transferencia pasan a ser discretas.

La ecuación característica de este sistema se puede considerar cómo la multiplicación de dos ecuaciones características, una correspondiente a la

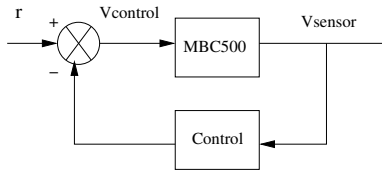


Figura 6: Esquema de control

ecuación $[1+C(A+B)]$ y otra a $[1+C(A-B)]$. Entonces, se puede diseñar un controlador basándose en una realización en paralelo para cada una de las dos subecuaciones características, de forma que se satisfagan las condiciones de estabilidad y el comportamiento requerido en los dos casos. Este diseño se puede realizar, por ejemplo, utilizando el lugar de las raíces.

Usando esta idea, se observa en primer lugar que es necesario introducir un bloque proporcional derivativo, ecuación (20), de tal manera que se pueda estabilizar el sistema (figura 7).

$$C_1(z) = K \frac{z - 0,9}{z} \quad (20)$$

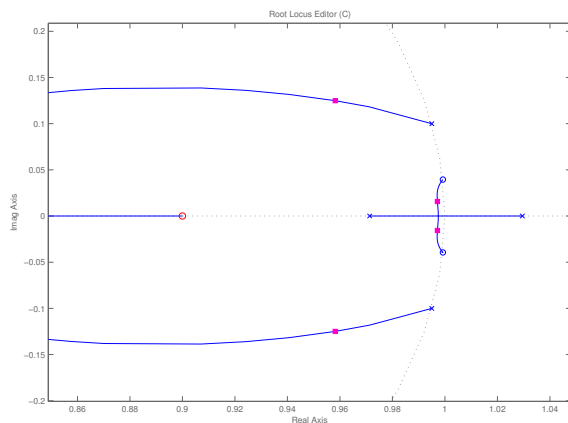


Figura 7: Lugar de las raíces de $C_1(A+B)$. Los puntos marcan la situación de los polos para $K = 7,5$.

Además, este controlador consigue la estabilidad para $[1 + C_1(A - B)]$ (figura 8) .

Así, se puede obtener un rango de valores de la ganancia K del controlador C_1 que estabilicen el sistema. En particular, se ha elegido como referencia para las pruebas experimentales el valor $K = 7,5$.

3.1. Validación experimental del modelo

Realizando la implementación experimental del controlador diseñado utilizando el entorno Matlab/Simulink y el DSP ds1003 de la casa dSPACE,

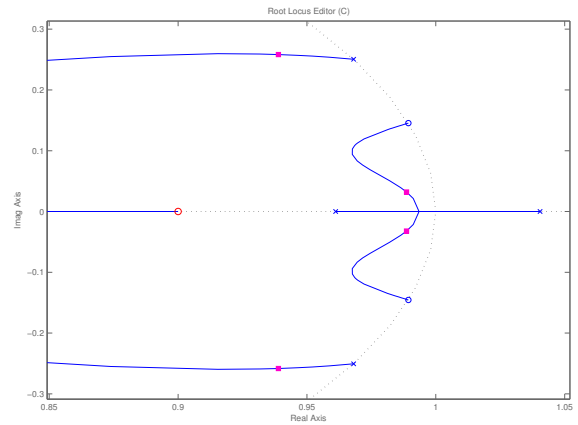


Figura 8: Lugar de las raíces de $C_1(A - B)$. Los puntos marcan la situación de los polos para $K = 7,5$.

se obtiene que el sistema es estable tal y como se puede observar en la figura 9¹, donde se muestra la posición (coordenadas x e y) del eje a la altura de los sensores hall.

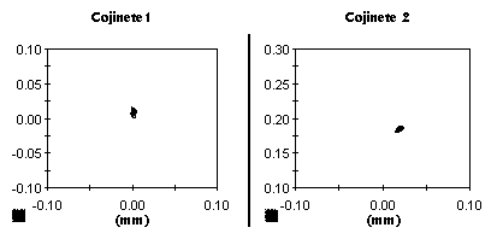


Figura 9: Situación del eje en los sensores de Hall

Por otro lado, utilizando la metodología descrita en el Apéndice se pueden obtener experimentalmente las resonancias del sistema en lazo abierto y compararlas con las obtenidas con el modelo. Haciendo simulaciones con el modelo se obtiene que en lazo abierto tiene dos resonancias una a 160 Hz y otra a 400 Hz (figura 10), que se corresponden de forma aproximada con las medidas experimentales.

Realizando medidas sobre el sistema en lazo cerrado (L.C.), existe una resonancia en 50 Hz² (figura 11) y en rotación a 50 Hz y a 400 Hz (este es insalvable). Estas resonancias se observan también en el modelo.

La primera resonancia está presente en el lugar de las raíces de $A - B$ (figura 12), donde aparecen un par de polos complejos conjugados a una frecuencia

¹El cojinete 2 no queda centrado debido a que uno de los sensores introduce un offset en la medida. Experimentalmente se comprueba que está en (0,0).

²Se ha introducido una señal de 150Hz de referencia.

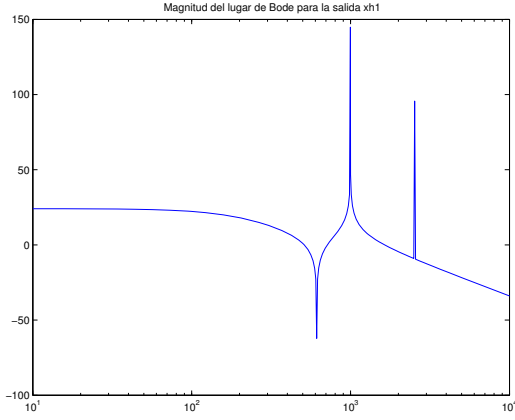


Figura 10: Respuesta en frecuencia (rad/s)

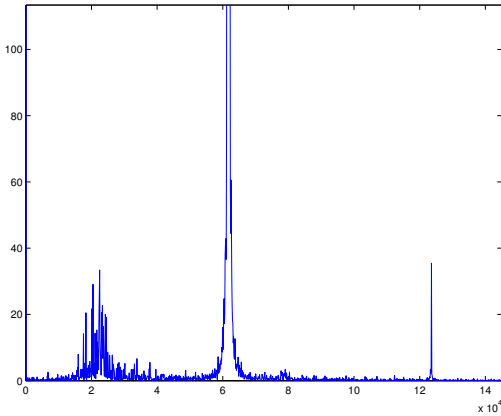


Figura 11: Resonancia a 50Hz introduciendo un señal de referencia a 150Hz.

de 49.97 Hz ya que tienen asociada una frecuencia natural de 348 rad/seg y con un amortiguamiento de 0,431 .

Esta resonancia está provocada por el control, ya que si se cambia y se coloca el cero en 0.95 se obtiene experimentalmente una reducción en la frecuencia de la resonancia (figura 13).

Si ahora se estudia el lugar de las raíces para este control, se concluye que desaparece la resonancia (figura 14) para A-B pero por el contrario para A+B sí que hay una en 24.15 Hz (figura 15) como ocurre realmente.

4. Modelado de la dinámica de rotación

Una parte fundamental del movimiento del eje es la dinámica que introduce la rotación a diferentes frecuencias y que deberá también ser modelado. En primer lugar, para simplificar el análisis se puede considerar la velocidad de giro ω en torno al eje z constante.

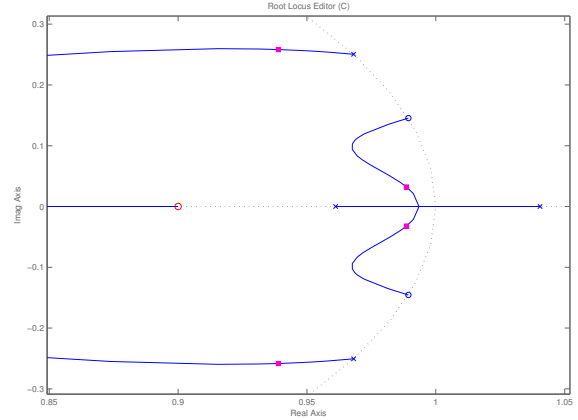


Figura 12: Resonancia a 50Hz en simulación ($K = 7,5$).

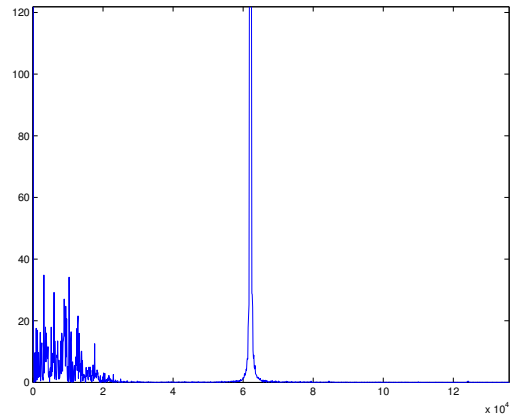


Figura 13: Cambio de la frecuencia de resonancia con el control

Por otro lado, por efecto de la gravedad y de su propia flexibilidad el eje queda combado. Esto hace que el eje de rotación no pase por el C.M. lo cual provoca una fuerza centrífuga que actuará con más ó menos intensidad en el eje x ó el y según la frecuencia de rotación y el instante temporal (figura 16). Está fuerza se describe mediante la siguiente expresión (21).

$$\begin{bmatrix} F_{ctf_x} \\ F_{ctf_y} \end{bmatrix} = \omega^2 \begin{bmatrix} -me_y & me_x \\ I_{yz} & I_{xz} \\ me_x & me_y \\ -I_{xz} & -I_{yz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \text{sen}\omega t \\ \text{cos}\omega t \end{bmatrix} \quad (21)$$

donde e_x y e_y son las distancias entre el C.M. y el eje de rotación en los ejes x e y respectivamente, ω es la frecuencia de rotación y I_{xz} y I_{yz} son los elementos cruzados del tensor de inercia. Por simplicidad, estos últimos se supondrán nulos, y dado que se considera que la deformación del eje está provocada por la gravedad, únicamente e_y

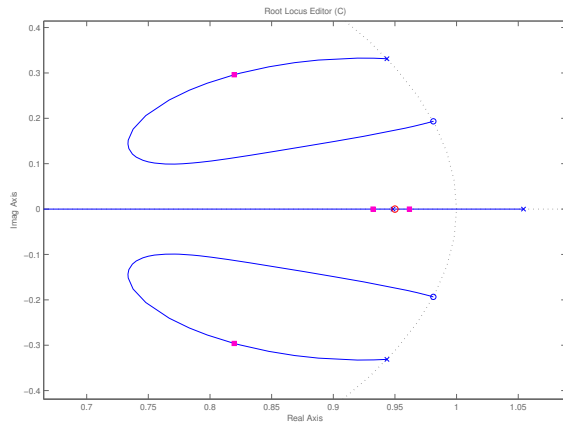


Figura 14: Desaparición de la resonancia a 50Hz para A-B ($K = 7,5$).

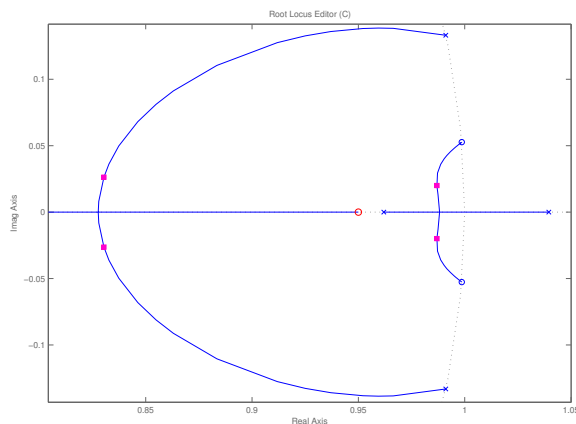


Figura 15: Resonancia en 24.15Hz para A+B ($K = 7,5$).

tendrá valor distinto de cero³.

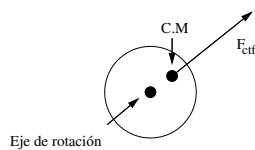


Figura 16: Fuerza centrífuga en la rotación

Mediante la introducción de esta dinámica y el efecto del peso⁴, la expresión matricial del sistema completo para sus dos ejes es:

³Conviene indicar que esto deja de tener importancia cuando la velocidad de giro ω toma cierto valor.

⁴Para facilitar el modelado se introduce el peso como otra variable de entrada en vez de como una constante que influye sólo al eje, de forma que la expresión matricial no pierda simetría.

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{x}}_{f_x} \\ \dot{\tilde{x}}_{f_y} \\ \dot{\tilde{x}}_x \\ \dot{\tilde{x}}_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{fle_x} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A_{fle_y} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_{rig_x} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & A_{rig_y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{x}_{f_x} \\ \tilde{x}_{f_y} \\ \tilde{x}_x \\ \tilde{x}_y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{fle_x} & 0 \\ 0 & B_{fle_y} \\ B_{rig_x} & 0 \\ 0 & B_{rig_y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{x_1} \\ F_{x_2} \\ F_{y_1} \\ F_{y_2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0_{9 \times 2} \\ m e_y & 0 \\ 0_{3 \times 2} & m e_y \\ 0 & 0_{2 \times 2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sin \omega t \\ \cos \omega t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0_{9 \times 1} \\ mg \\ 0_{3 \times 1} \\ mg \\ 0_{2 \times 1} \end{bmatrix}$$

Hay que matizar que existe un término cruzado que relaciona la dinámica del eje x y el eje y , pero para las velocidades de trabajo del sistema se puede despreciar. En este punto se vuelven a repetir los pasos anteriores de linealización en torno al punto $(0, 0)$ y la aplicación del controlador diseñado tanto en el eje x y el eje y , obteniéndose un modelo (discreto) del comportamiento en lazo cerrado.

5. Validación experimental del modelo en rotación

Teniendo en cuenta el modelo completo se puede hacer una valoración de la respuesta frecuencial del sistema ante distintas velocidades de rotación del eje. En la figura 17 aparece el efecto de las distintas velocidades de rotación en la coordenada y medida en el segundo cojinete, es decir y_2 . Se puede observar que aparecen dos resonancias alrededor de 50 Hz y 400 Hz.

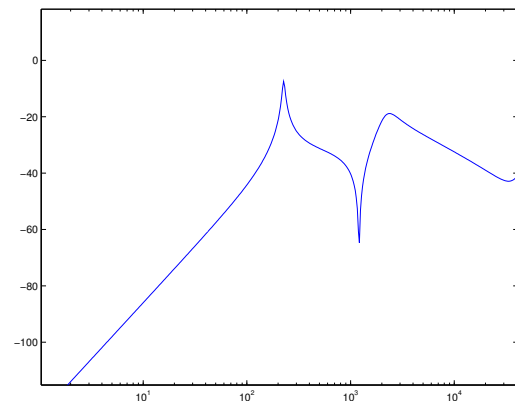


Figura 17: Respuesta del modelo del sistema en L.C. frente a rotación en y_2 .

El efecto de la rotación se puede obtener experimentalmente, como se aprecia en la figura 19 a una velocidad de 150 Hz. Las resonancias obtenidas en el modelo se observan también experimentalmente, aunque el sistema deja de ser estable (por

impacto) a partir de una frecuencia de rotación cercana a los 400 Hz, figura 18.

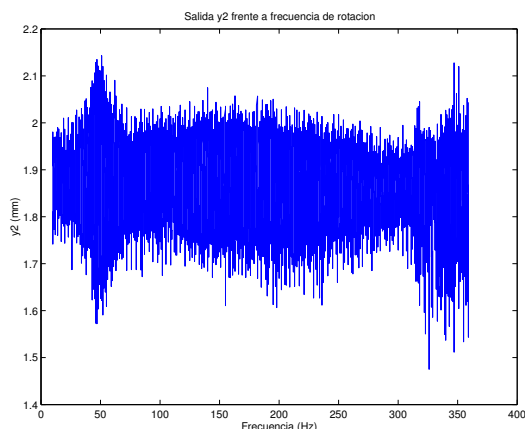


Figura 18: Vibraciones observadas en el eje y_2 a distintas velocidades de rotación

Esto permite afirmar que el modelo es adecuado para representar de forma cualitativa y, en cierta medida ya que el sistema es no lineal, de forma cuantitativa el comportamiento del sistema.

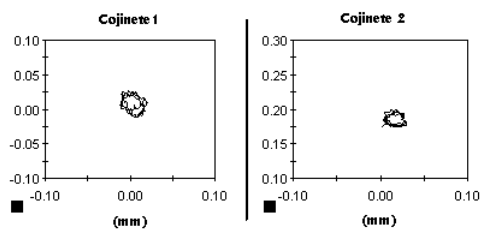


Figura 19: Efecto de la rotación medida en los sensores de Hall a 150 Hz

Como prueba de la bondad del diseño realizado se ha preparado una primera prueba de eliminación de vibraciones a través de un control feedforward (basado en un enganche de fase con un PLL), donde se han obtenido unos primeros resultados aceptables (figura 20).

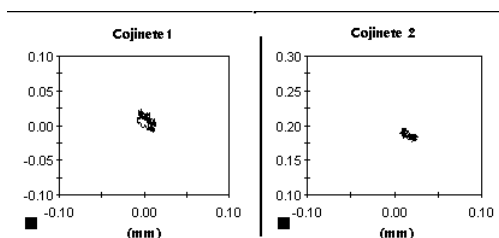


Figura 20: Eliminación del efecto de la rotación a 150 Hz

6. Conclusiones

En este trabajo se ha descrito el modelado de un sistema de levitación por cojinetes magnéticos (MBC500 Rotor Dynamics) mediante el uso de mecánica clásica para la parte rígida y análisis de elementos finitos para la flexible. En base al modelo y aplicando una técnica basada en la simetría del modelo, se ha diseñado un controlador, que ha sido corroborado experimentalmente. Este se ha implementado sobre un DSP ds1003 de la casa dSPACE y ha permitido, siendo el sistema estable, cotejar el comportamiento del modelo frente al sistema.

Hay que destacar que el modelo permite el estudio de la estabilidad de la sujeción del eje en régimen estático y el efecto de la rotación. Además el modelo ha resultado describir cualitativamente el comportamiento del sistema real en ambos casos. Gracias a ello se pueden realizar distintas mejoras en el comportamiento del sistema aplicando técnicas como eliminación activa de vibraciones. Sin embargo, la no linealidad del sistema y su complejidad aconsejan el estudio de técnicas de control de tipo avanzado o robusto como puede ser la metodología QFT, entre otras.

Agradecimientos

Los autores agradecen al MCYT y la UPV/EHU la financiación de la realización de este trabajo a través del proyecto de investigación DPI2002-04155-C02-01 y la Subvención a Grupos de Investigación UPV 2003, respectivamente.

Referencias

- [1] P.Barney (1999), "Adaptive spindle balancing using magnetically levitated bearings", *Proceedings of the 1999 IMECE*.
- [2] J. Jugo (2004) "Modelo MBC500 Rotor dynamics", *Documento interno grupo de Automática del Dpto de electricidad y electrónica de la UPV/EHU*.
- [3] J. Leviney , J. Lottin and J.C. Ponsart (1996), "A nonlinear approach to the control of magnetic bearings". *IEEE Trans. Control Syst. Technol.*, vol 4, pp. 524-544.
- [4] L. Li,1, T. Shinshi, C. Iijima, X. Zhang, A. Shimokohbe (2003), "Compensation of rotor imbalance for precision rotation of a planar magnetic bearing rotor", *Precision Engineering*, vol. 27, pp. 140-150.
- [5] J.D. Lindlon and C.R. Kuospe (2002), "Feedback linearization of an active magnetic bear-

ing with voltage control". *IEEE Trans. Control Syst. Technol.*, vol. 10, pp 21-31.

- [6] J.C. Ponsart, J. Leviney, J. Lottin, F. Reverdyz (1997), "Control of a rotating shaft via active magnetic bearings", European Control Conference.
- [7] G. Schweitzer, H. Bleuler, and A. Traxler (1994), *Active Magnetic Bearings: Basics, Properties and Applications of Active Magnetic Bearings*. vdf Hochschulverlag AG an der ETH Zürich.
- [8] J. Shi, P. Zmood, L. Qin (2004), "Synchronous disturbance attenuation in magnetic bearing system using adaptive compensating signal". *Control Engineering Practice*, vol. 12, pp. 238-290.
- [9] (2004) The dSPACE website. [Online]. Available: <http://www.dspace.org/>
- [10] (2004) The LaunchPoint website. [Online]. Available: <http://www.launchpnt.com/>
- [11] (2004) The MathWorks website. [Online]. Available: <http://www.mathworks.com>.

entonces, midiendo V_{sensor_1} y $V_{control_1}$ para un rango adecuado de frecuencias y resolviendo el sistema de ecuaciones que plantean (24) y (25), se puede obtener modelos del sistema mediante su identificación.

Appendix I

Identificación del sistema

Una vez el sistema está estabilizado, es posible determinar la planta experimentalmente disponiendo de un analizador de señales, aprovechándose de la forma de la relación entrada-salida, (r_i) y ($V_{control_i}, V_{sensor_i}$), respectivamente, bajo determinadas condiciones.

Introduciendo la misma referencia a la entrada ($r_1=r_2=r$), se tiene que

$$V_{sensor_1} = \frac{A+B+C(A^2-B^2)}{[1+C(A+B)][1+C(A-B)]} r \quad (22)$$

$$V_{control_1} = \left[1 - \frac{C(A+B)+C^2(A^2-B^2)}{[1+C(A+B)][1+C(A-B)]} \right] r \quad (23)$$

cuyo cociente será

$$\frac{V_{sensor_1}}{V_{control_1}} = A + B \quad (24)$$

Por otro lado, con una señal de entrada $r_1=-r_2=r$,

$$\frac{V_{sensor_1}}{V_{control_1}} = A - B \quad (25)$$