

CONTROL VISUAL CONTINUO PERMITIENDO CAMBIOS DE VISIBILIDAD EN LAS CARACTERÍSTICAS DE LA IMAGEN

Rafael Aracil¹, Oscar Reinoso², Nicolás M. García², Carlos Pérez², Luis Payá²

¹Dpto. de Automática, Ingeniería Electrónica e Informática Industrial, Universidad Politécnica de Madrid

²Dpto. Ingeniería de Sistemas Industriales, Universidad Miguel Hernández

Avd. Ferrocarril s/n Edif. Torreblanca, nicolas.garcia@umh.es

Resumen

En este artículo se presenta una solución novedosa y original a la restricción de visibilidad que en los últimos años es uno de los tópicos más importantes en el campo de los sistemas de control visual de robots. La solución propuesta se basa en la permisividad respecto a los cambios de visibilidad de las características durante la ejecución de la tarea de control frente a las soluciones propuestas hasta la fecha que se basan en la restricción de los movimientos de la cámara con el objetivo de evitar la salida de las características del campo de visión de la misma.

La solución propuesta se aplica con posterioridad a un novedoso sistema de control visual invariante respecto a los cambios en los parámetros intrínsecos de la cámara mediante su reformulación.

Palabras clave: visión por computador, control visual de robots, robótica, restricción de visibilidad

1 INTRODUCCIÓN

El control visual de robots ha sido investigado profundamente en las tres últimas décadas [3, 6]. En los últimos años, el problema de la visibilidad de las características durante el control ha sido uno de los tópicos más importantes en este campo. La restricción de visibilidad se podría enunciar como: *un mínimo de características visuales deben permanecer en el campo de visión de la cámara durante el control.* La investigación sobre este tópico se concentra en desarrollar técnicas de control visual capaces de mantener el objeto dentro del campo de visión de la cámara. De entre las técnicas presentadas durante los últimos años cabe destacar dos aproximaciones realmente originales: la primera de ellas se basa en la planificación de trayectorias en el plano de la imagen [7] y la segunda ellas se basa en utilizar el zoom de la cámara para evitar la pérdida de características en la imagen [1].

Contrariamente a las dos soluciones, presentadas

en el párrafo anterior, la idea novedosa propuesta en este artículo para abordar la restricción de visibilidad es permitir la desaparición temporal de las características durante la ejecución de la tarea de control (Figura 1). Para llevar a la práctica la idea de permitir la aparición y desaparición temporal de características en la imagen durante el control, hay que plantearse qué efecto produce esta permisividad. Básicamente, como el control visual basado en características de la imagen se define en el espacio de la imagen, el efecto producido por el abandono o incorporación de características es la discontinuidad en la ley de control. Según la magnitud de la discontinuidad se producirán o no movimientos no deseados en la cámara o en el robot.



Figura 1: Desaparición temporal de características

La aparición o desaparición de características durante el control se puede producir en cualquier tarea que se esté realizando. Por ejemplo pensemos en una tarea de inserción con una configuración de cámara *eye-in-hand* que ha sido previamente aprendida en una fase off-line. Durante el aprendizaje las características de interés debido a la aproximación cada vez mayor del robot al objeto se escapan del campo de visión de la cámara y nuevas características del objeto aparecen. Otro ejemplo podría presentarse en la navegación de un robot móvil siguiendo una trayectoria mediante control visual [4]. Es obvio que durante el movimiento del robot las características del objeto salen del campo de visión mientras otras características de un objeto distinto aparecen. Se podrían enumerar muchos más casos en los que se hace interesante utilizar una nueva formulación del control visual en la cual se tenga en cuenta la posible aparición o desaparición de características en el plano de la imagen.

En este artículo se introduce una nueva formulación de control visual que tiene en cuenta la posible aparición o desaparición de las características de la imagen. Aunque es aplicable a todas las aproximaciones basadas en características de la imagen, se ha escogido el control visual en el espacio invariante debido a su versatilidad. El control visual invariante fue presentado por el Dr. E. Malis en [8] y se basa en realizar el control en base a las proyecciones de los puntos característicos de la imagen en un espacio proyectivo que es invariante respecto a los parámetros intrínsecos de la cámara. Por lo tanto, este tipo de control permite, por ejemplo, variar el zoom de la cámara durante el control o bien que el control sea igual de preciso aunque se modifiquen los parámetros intrínsecos de la cámara por cualquier motivo.

2 EL PROBLEMA DE LA APARICIÓN O PÉRDIDA DE CARACTERÍSTICAS EN LA IMAGEN

El objetivo del control visual basado en características de la imagen, ya sea el control clásico o el control en el espacio invariante respecto a los cambios en los parámetros intrínsecos de la cámara, es posicionar una cámara respecto a un objeto, ya sea un objeto fijo o móvil. Esto se consigue haciendo que un vector de características de la imagen $\mathbf{s}(\boldsymbol{\xi}) = (\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2, \dots, \mathbf{s}_n)$, siendo $\boldsymbol{\xi} = (\mathbf{t}, \mathbf{r})$ un vector (6×1) que contiene la posición y orientación del sistema de referencia asociado a la cámara \mathcal{F} , converja a un vector de características de la imagen de referencia $\mathbf{s}^*(\boldsymbol{\xi}^*) = (\mathbf{s}_1^*, \mathbf{s}_2^*, \dots, \mathbf{s}_n^*)$, aprendidas normalmente durante un paso previo al control.

Para llevar a buen término este objetivo, se define una función de la tarea (*task function approach* [9]) asociada a un sistema formado por una cámara y un robot. Toda función de la tarea vendrá dada por una función de salida que en este caso consiste en una función de error \mathbf{e} definida en el espacio de características de la imagen:

$$\mathbf{e} = \widehat{\mathbf{L}}^+(\mathbf{s} - \mathbf{s}^*) \quad (1)$$

y un objetivo de control que será la regulación de la señal de salida \mathbf{e} para que en un determinado intervalo de tiempo se anule.

El decrecimiento exponencial de la función de la tarea \mathbf{e} se consigue mediante la definición de una sencilla ley de control:

$$\mathbf{v} = -\lambda \mathbf{e} \quad \text{siendo } \mathbf{e} = \widehat{\mathbf{L}}^+(\mathbf{s} - \mathbf{s}^*) \quad (2)$$

donde λ es una constante proporcional definida positiva que está relacionada directamente con la velocidad de convergencia.

Supongamos que durante la tarea de control una o más características salen del plano de la imagen o aparecen en el mismo debido por ejemplo a la trayectoria que sigue la cámara en el espacio. En estos casos, como se muestra en la Figura 2, habrá que eliminar del vector de características actuales \mathbf{s} y del de referencia \mathbf{s}^* las características que hayan desaparecido de la imagen o bien en el caso de que aparezcan nuevas características en la imagen habrá que añadir las tanto en el vector de características actuales \mathbf{s} como en el de las de referencia \mathbf{s}^* . Debido a esta variación en las características actuales y en las de referencia se produce una discontinuidad de salto finito en la ley de control (2). La magnitud de la discontinuidad depende del número de características que aparecen o desaparecen del plano de la imagen al mismo tiempo, de la distancia entre las características actuales y las de referencia y de la pseudoinversa de la matriz de interacción \mathbf{L}^+ .

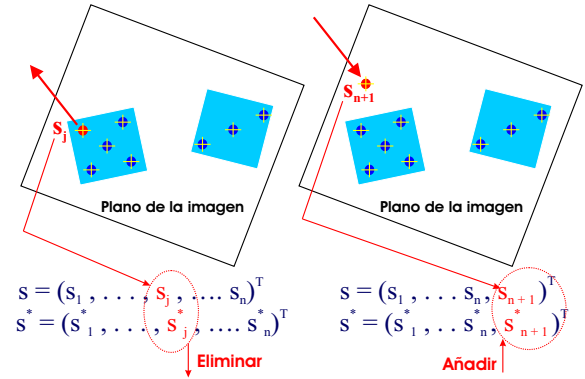


Figura 2: Efectos en los vectores de características debido a la aparición o desaparición de las mismas durante el control.

Se han realizado multitud de experimentos con datos simulados para estudiar los efectos, comentados en los párrafos anteriores, producidos por la aparición o desaparición de características del plano de la imagen durante el control. Uno de los experimentos realizados es el control de una cámara que se está moviendo debido a que se le aplica una perturbación, tanto en posición como orientación, respecto a su posición de referencia y a la vez está realizando un zoom del objeto que está observando. El objetivo del control es mantener la cámara en su posición original. Debido a que la cámara está realizando un zoom del entorno, las técnicas clásicas de control visual no son aplicables por lo que en este experimento se utiliza la técnica de control visual en el espacio invariante que será introducida en la siguiente sección.

Los resultados obtenidos en este experimento corroboran las deducciones realizadas en el planteamiento del problema, ya que como se puede

apreciar en la Figura 3 la ley de control presenta discontinuidades debidas a que algunas características han abandonado el plano de la imagen durante la ejecución de la tarea de control. En concreto, en la iteración 87 (véase Figura 3) se produce la pérdida de características de forma que el vector \mathbf{s} de características actuales y el vector \mathbf{s}^* de características de referencia deben ser modificados eliminando las características que han abandonado el campo de visión de la cámara. Dependiendo de la magnitud de la discontinuidad se pueden o no producir cambios no deseados en la posición y orientación de la cámara. En la Figura 4 (a), se puede apreciar un cambio brusco en la posición de la cámara debido a las discontinuidades producidas en la ley de control. El cambio en la orientación de la cámara aunque se produce debido a su magnitud no es apreciable (Figura 4 (b)).

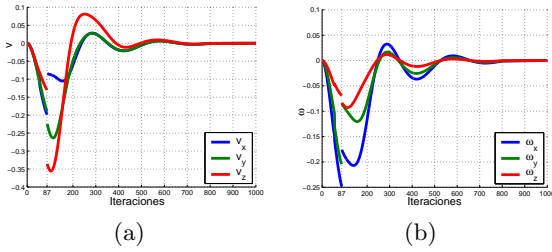


Figura 3: Discontinuidades en la ley control cuando algunas características desaparecen del campo de visión de la cámara. Las velocidades de traslación (a) y rotación (b) de la cámara están medidas en $\frac{m}{s}$ y $\frac{deg}{s}$ respectivamente

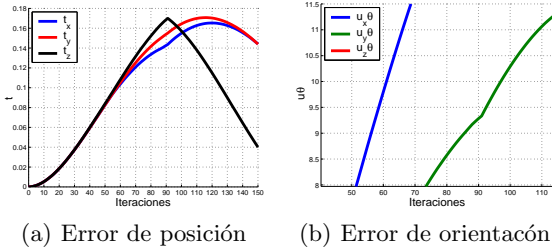


Figura 4: Errores de posición y orientación de la cámara. Están medidos en m y deg respectivamente

3 CONTROL VISUAL EN EL ESPACIO INVARIANTE

En este punto se presenta un esquema de control visual que es invariante respecto a las posibles variaciones de los parámetros intrínsecos de la cámara [8]. Las técnicas clásicas se basan en la adquisición de una imagen de referencia con

la misma cámara y con los mismos parámetros intrínsecos que con la que posteriormente se realiza el control visual. Con esta aproximación es posible controlar la posición/orientación de una cámara con respecto a un objeto independientemente de los parámetros intrínsecos de la misma, ya que el control se implementa con unas características invariantes respecto a dichos parámetros.

3.1 CONSTRUCCIÓN DEL ESPACIO INVARIANTE PROYECTIVO

En este punto se va a abordar la construcción de un espacio invariante proyectivo que posteriormente se utilizará para el control de la cámara. Este espacio proyectivo es invariante respecto de los cambios en los parámetros intrínsecos de la cámara.

Supongamos n puntos característicos del objeto. Su proyección perspectiva en el plano de la imagen será $\mathbf{p}_i = (\mathbf{u}_i, \mathbf{v}_i, 1)$ en pixels y $\mathbf{m}_i = (\mathbf{x}_i, \mathbf{y}_i, 1)$ sus coordenadas normalizadas en metros. Con los n puntos se puede calcular las siguientes matrices (3×3) simétricas:

$$\mathbf{S}_p = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mathbf{p}_i \mathbf{p}_i^\top \text{ y } \mathbf{S}_m = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mathbf{m}_i \mathbf{m}_i^\top \quad (3)$$

\mathbf{S}_p se puede expresar en forma matricial, como:

$$\mathbf{S}_p = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n u_i^2 & \sum_{i=1}^n u_i v_i & \sum_{i=1}^n u_i \\ \sum_{i=1}^n u_i v_i & \sum_{i=1}^n v_i^2 & \sum_{i=1}^n v_i \\ \sum_{i=1}^n u_i & \sum_{i=1}^n v_i & \sum_{i=1}^n 1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

y \mathbf{S}_m de la misma forma.

Como $\mathbf{p}_i = \mathbf{K} \mathbf{m}_i = (\mathbf{u}_i, \mathbf{v}_i, 1)$, la matriz \mathbf{S}_p puede ponerse en función de \mathbf{S}_m y de los parámetros intrínsecos de la cámara \mathbf{K} :

$$\mathbf{S}_p = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mathbf{p}_i \mathbf{p}_i^\top \mathbf{K}^\top = \mathbf{K} \mathbf{S}_m \mathbf{K}^\top \quad (5)$$

Si los puntos son no colineales y $n > 3$, \mathbf{S}_p y \mathbf{S}_m son matrices definidas positivas que pueden descomponerse utilizando la descomposición de Cholesky en:

$$\mathbf{S}_p = \mathbf{T}_p \mathbf{T}_p^\top \text{ y } \mathbf{S}_m = \mathbf{T}_m \mathbf{T}_m^\top \quad (6)$$

De las ecuaciones (5) y (6) se puede obtener la relación:

$$\mathbf{T}_p = \mathbf{K} \mathbf{T}_m \quad (7)$$

La matriz \mathbf{T}_p define una transformación proyectiva del espacio proyectivo de la imagen al nuevo espacio proyectivo \mathcal{Q} . De forma análoga, la matriz \mathbf{T}_m define una transformación proyectiva del espacio proyectivo \mathcal{M} al mismo espacio proyectivo \mathcal{Q} . Podemos ahora por tanto calcular los vectores $\mathbf{q}_i \in \mathcal{Q}$ a partir de los puntos de la imagen según la siguiente transformación:

$$\mathbf{q}_i = \mathbf{T}_p^{-1} \mathbf{p}_i \quad (8)$$

o bien, si se conoce el modelo del objeto y la posición/orientación deseada:

$$\mathbf{q}_i = \mathbf{T}_m^{-1} \mathbf{m}_i \quad (9)$$

Las ecuaciones (8) y (9) definen el mismo punto en el espacio proyectivo \mathcal{Q} , como se demuestra en la siguiente ecuación:

$$\mathbf{q}_i = \mathbf{T}_p^{-1} \mathbf{p}_i = \mathbf{T}_m^{-1} \mathbf{K}^{-1} \mathbf{K} \mathbf{m}_i = \mathbf{T}_m^{-1} \mathbf{m}_i$$

Por tanto, el nuevo espacio proyectivo \mathcal{Q} es independiente de los parámetros intrínsecos de la cámara (\mathbf{T}_m^{-1} y \mathbf{m}_i no dependen de los parámetros intrínsecos de la cámara). En consecuencia, la posición de la cámara puede ser controlada haciendo que los invariantes $\mathbf{q}_i \forall i \in \{1, 2, \dots, n\}$ converjan a los valores de referencia $\mathbf{q}_i^* \forall i \in \{1, 2, \dots, n\}$ mientras, por ejemplo, el zoom de la cámara puede ser controlado mediante otra ley de control.

3.2 ESQUEMA DE CONTROL

De igual forma que en el control visual clásico basado en características de la imagen, el control de la cámara se consigue introduciendo todos los puntos de referencia del espacio invariante \mathcal{Q} en un vector $\mathbf{s}^*(\xi^*) = (\mathbf{q}_1^*, \mathbf{q}_2^*, \dots, \mathbf{q}_n^*)$ de dimensión $(3n \times 1)$. De la misma manera, los puntos característicos en la posición/orientación actual del sistema de referencia de la cámara son introducidos en un vector $\mathbf{s}(\xi) = (\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \dots, \mathbf{q}_n)$ de dimensión $(3n \times 1)$. Si $\mathbf{s}(\xi) = \mathbf{s}^*(\xi^*)$ entonces $\xi = \xi^*$ y por tanto la cámara estará en la posición de referencia independientemente del valor de los parámetros intrínsecos de la cámara. Este esquema de control se representa en la Figura 5.

La ley de control utilizada es ($\mathbf{v} = -\lambda \hat{\mathbf{L}}^+(\mathbf{s} - \mathbf{s}^*)$) y las prestaciones del sistema de control están estrechamente relacionadas con la estimación de la matriz de interacción \mathbf{L} que depende de los puntos normalizados $\mathbf{m}_i(\xi) \in \mathcal{M}$ calculados en cada

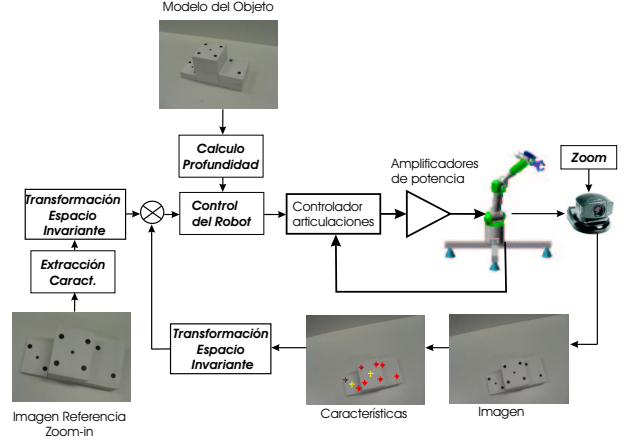


Figura 5: Control visual en el espacio invariante: Esquema de Control

instante de tiempo a partir de los puntos de la imagen mediante la expresión $\mathbf{m}_i = \mathbf{K}^{-1} \mathbf{p}_i$, de los puntos en el espacio invariante $\mathbf{q}_i(\xi) \in \mathcal{Q}$ y de la distribución de profundidades en cada instante de tiempo $\mathbf{z}(\xi) = (Z_1, Z_2, \dots, Z_n)$. Su cálculo detallado se puede consultar en [4].

4 SOLUCIÓN DE LAS SINGULARIDADES

En esta sección se presenta una solución que anticipa la pérdida e incorporación de características en el plano de la imagen mediante la inclusión de funciones de peso de forma que se suavicen las discontinuidades producidas por este fenómeno consiguiendo finalmente una ley de control continua. Esta sección se va a estructurar de la siguiente forma: primero se presentará qué se entiende por características ponderadas, en segundo lugar se definirá la función de la tarea continua y por último se estudiará su aplicación al control visual en el espacio invariante [5].

4.1 CARACTERÍSTICAS PONDERADAS

Al leer el título de esta sección, se produce una pregunta casi instintiva: *¿Qué se entiende por características ponderadas?* La contestación a esta pregunta es fácil: *Son características visuales pre-multiplicadas por un peso*, lo que no es tan fácil es hacer entender qué se pretende conseguir y para qué se utilizan. Bien, la primera cuestión ha sido contestada a lo largo de la introducción de esta sección y se puede resumir en una idea básica: evitar que se produzcan discontinuidades en la ley de control que puedan dar lugar a movimientos no de-

seados en la cámara. La segunda será contestada a lo largo de esta sección pero la idea fundamental es anticipar mediante los pesos, las características que son potencialmente más proclives a desaparecer o a aparecer en el plano de la imagen.

La idea clave de esta formulación es asociar a cada característica (puntos, líneas, momentos, etc) un peso que puede ser función de las coordenadas de la imagen(u,v) y/o de la distancia a un objeto que pueda ocultar el objeto de referencia, etc. En esta sección se utilizará una función de pesos que depende de la posición de la característica en la imagen(u,v). Denominando γ_y al peso asociado a una característica, se ha utilizado la siguiente función para obtener su valor:

$$\gamma_y(x) = \begin{cases} e^{-\frac{(x-x_{med})^{2n}}{(x-x_{min})^m(x_{max}-x)^m}} & x_{min} < x < x_{max} \\ 0 & x = \{x_{min}, x_{max}\} \end{cases}$$

La función $\gamma_y(x)$ es una función simétrica respecto a $x_{med} = \frac{x_{min}+x_{max}}{2}$ y con forma de campana. Con los parámetros n, m se puede controlar la forma de la función(Figure 6). En la Figura se muestra también la representación gráfica de γ_{uv}^i en la cual se puede observar que los pesos tienden a cero cerca del borde de la imagen y tienden a 1 cerca del centro de la imagen.

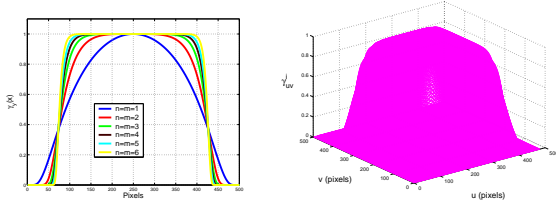


Figura 6: Representación de las funciones de peso

4.2 DEFINICIÓN DE UNA FUNCIÓN DE LA TAREA CONTINUA

Dentro de esta sección se propone una nueva función de la tarea de forma que la ley de control definida a partir de ella no presente discontinuidades a pesar de producirse singularidades debidas a la incorporación o pérdida de características en la imagen. Supongamos que disponemos de n puntos correspondientes entre la imagen actual y la imagen de referencia. Cada uno de estos puntos tendrá asociado un peso total γ_{uv}^i cuya magnitud se obtiene como se ha mostrado en la Sección 4.1. Con los n puntos correspondientes y sus correspondientes pesos se construye la siguiente función de la tarea:

$$\mathbf{e} = \mathbf{CW} (\mathbf{s} - \mathbf{s}^*(t)) \quad (10)$$

donde \mathbf{W} es una matriz diagonal($2n \times 2n$) cuyos elementos son los pesos totales γ_{uv}^i y \mathbf{C} es una

matriz de dimensión ($2n \times 6$) denominada matriz de combinación.

La derivada de la función de la tarea será:

$$\dot{\mathbf{e}} = \mathbf{CW} (\dot{\mathbf{s}} - \dot{\mathbf{s}}^*) + (\mathbf{C}\dot{\mathbf{W}} + \dot{\mathbf{C}}\mathbf{W})(\mathbf{s} - \mathbf{s}^*) \quad (11)$$

Sustituyendo $\dot{\mathbf{s}} = \mathbf{L} \mathbf{v}$ en (11), obtenemos:

$$\dot{\mathbf{e}} = \mathbf{CW} \mathbf{L} \mathbf{v} - \mathbf{CW}\dot{\mathbf{s}}^* + (\mathbf{C}\dot{\mathbf{W}} + \dot{\mathbf{C}}\mathbf{W})(\mathbf{s} - \mathbf{s}^*) \quad (12)$$

La ley de control se puede obtener imponiendo la convergencia exponencial de la función de la tarea a cero ($\dot{\mathbf{e}} = -\lambda \mathbf{e}$), donde λ es un escalar positivo que permite ajustar la velocidad de convergencia. Sustituyendo $\dot{\mathbf{e}}$ por su expresión obtenida en la ecuación (12), se obtiene la expresión de la ley de control \mathbf{v} :

$$\mathbf{CWL} \mathbf{v} - \mathbf{CW}\dot{\mathbf{s}}^* + (\mathbf{C}\dot{\mathbf{W}} + \dot{\mathbf{C}}\mathbf{W})(\mathbf{s} - \mathbf{s}^*) = -\lambda \mathbf{e}$$

$$\mathbf{v} = -\lambda (\mathbf{CWL})^{-1} \mathbf{e} + (\mathbf{CWL})^{-1} \mathbf{CW}\dot{\mathbf{s}}^* + (\mathbf{CWL})^{-1} (\mathbf{C}\dot{\mathbf{W}} + \dot{\mathbf{C}}\mathbf{W})(\mathbf{s} - \mathbf{s}^*) \quad (13)$$

Ya que los pesos asociados a las características varían muy lentamente se puede considerar que la derivada de la matriz \mathbf{W} es aproximadamente 0 ($\dot{\mathbf{W}} \approx 0$). Si a la matriz \mathbf{C} le damos el valor $(\mathbf{W}^* \mathbf{L}^*)^+$, entonces $(\mathbf{CWL}) > 0$ y la función de la tarea definida converge a cero y, en ausencia de mínimos locales y singularidades, también converge el error de características de la imagen $\mathbf{s} - \mathbf{s}^*$. En este caso \mathbf{C} es constante y por tanto $\dot{\mathbf{C}} = 0$. Tomando en consideración estas suposiciones, la ley de control que permitiría controlar el movimiento de la cámara vendría dada por:

$$\mathbf{v} = -\lambda (\mathbf{CWL})^{-1} \mathbf{e} + (\mathbf{CWL})^{-1} \mathbf{CW}\dot{\mathbf{s}}^* \quad (14)$$

4.3 CONTROL VISUAL INVARIANTE CON CARACTERÍSTICAS PONDERADAS

Las bases teóricas del control visual en el espacio invariante se han introducido en la Sección 3. En este punto se va a reformular el control visual en el espacio invariante para que pueda ser utilizado con las características ponderadas mediante las funciones de peso vistas con anterioridad.

En la nueva formulación propuesta cada característica de la imagen \mathbf{p}_i es multiplicada por su propio peso γ_i ($\mathbf{p}_i^{\gamma_i} = \gamma_i \mathbf{p}_i$). Hay que tener presente que γ_i no es el mismo peso total γ_{uv}^i que se introdujo con anterioridad sino que se denominará *peso redistribuido* y será introducido a lo largo de esta sección. Supongamos n puntos característicos visibles del objeto. Con los puntos característicos proyectados en la imagen con

coordenadas $\mathbf{p}_i = (u_i, v_i, 1)$, sus pesos γ_i y los puntos normalizados con coordenadas proyectivas $\mathbf{m}_i = (x_i, y_i, 1)$, podemos calcular las siguientes matrices (3×3) simétricas:

$$\mathbf{S}_p^{\gamma_i} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \gamma_i \mathbf{p}_i \mathbf{p}_i^\top = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mathbf{p}_i^{\gamma_i} \mathbf{p}_i^{\gamma_i \top} \quad (15)$$

$$\mathbf{S}_m^{\gamma_i} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \gamma_i \mathbf{m}_i \mathbf{m}_i^\top = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mathbf{m}_i^{\gamma_i} \mathbf{m}_i^{\gamma_i \top}$$

Estas ecuaciones pueden ser expresadas en forma matricial:

$$\mathbf{S}_p^{\gamma_i} = \frac{1}{n} \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n \gamma_i^2 u_i^2 & \sum_{i=1}^n \gamma_i^2 u_i v_i & \sum_{i=1}^n \gamma_i^2 u_i \\ \sum_{i=1}^n \gamma_i^2 u_i v_i & \sum_{i=1}^n \gamma_i^2 v_i^2 & \sum_{i=1}^n \gamma_i^2 v_i \\ \sum_{i=1}^n \gamma_i^2 u_i & \sum_{i=1}^n \gamma_i^2 v_i & \sum_{i=1}^n \gamma_i^2 \end{bmatrix}$$

En esta ecuación, $\sum \gamma_i^2$ debe ser igual a n para que una vez descompuestas mediante la descomposición de Cholesky permitan definir un nuevo espacio proyectivo. El imponer esta condición supone la redistribución de los pesos totales asociados a cada característica γ_{uv}^i mediante la siguiente ecuación:

$$\gamma_i = \sqrt{\frac{n}{\sum_{i=1}^n (\gamma_{uv}^i)^2}} \cdot \gamma_{uv}^i \quad (16)$$

Debido a la forma de obtener los nuevos pesos γ_i , vamos a denominarlos *pesos redistribuidos*.

Si los puntos son no colineales, se cumple la restricción indicada anteriormente mediante la redistribución de pesos (16) y $n > 3$, entonces $\mathbf{S}_p^{\gamma_i}$ y $\mathbf{S}_m^{\gamma_i}$ son matrices definidas positivas y pueden ser expresadas, utilizando la descomposición de Cholesky, como:

$$\mathbf{S}_p^{\gamma_i} = \mathbf{T}_p^{\gamma_i} \mathbf{T}_p^{\gamma_i \top} \quad \text{y} \quad \mathbf{S}_m^{\gamma_i} = \mathbf{T}_m^{\gamma_i} \mathbf{T}_m^{\gamma_i \top} \quad (17)$$

Como $\mathbf{p}_i = \mathbf{K} \mathbf{m}_i = (\mathbf{u}_i, \mathbf{v}_i, \mathbf{1})$, la matriz $\mathbf{S}_p^{\gamma_i}$ puede ponerse en función de $\mathbf{S}_m^{\gamma_i}$ y de los parámetros intrínsecos de la cámara \mathbf{K} :

$$\mathbf{S}_p^{\gamma_i} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \gamma_i^2 \mathbf{p}_i \mathbf{p}_i^\top = \mathbf{K} \mathbf{S}_m^{\gamma_i} \mathbf{K}^\top \quad (18)$$

De las ecuaciones (17) y (18) se puede obtener la relación:

$$\mathbf{T}_p^{\gamma_i} = \mathbf{K} \mathbf{T}_m^{\gamma_i} \quad (19)$$

La matriz $\mathbf{T}_p^{\gamma_i}$ define una transformación proyectiva del espacio proyectivo de la imagen al nuevo espacio proyectivo \mathcal{Q}^{γ_i} . De forma análoga, la matriz

$\mathbf{T}_m^{\gamma_i}$ define una transformación proyectiva del espacio proyectivo \mathcal{M} al mismo espacio proyectivo \mathcal{Q}^{γ_i} . Podemos ahora por tanto calcular los vectores $\mathbf{q}_i \in \mathcal{Q}^{\gamma_i}$ a partir de los puntos de la imagen según la siguiente transformación:

$$\mathbf{q}_i = \mathbf{T}_p^{\gamma_i -1} \mathbf{p}_i \quad (20)$$

o si se conoce el modelo del objeto y la posición/orientación deseada:

$$\mathbf{q}_i = \mathbf{T}_m^{\gamma_i -1} \mathbf{m}_i \quad (21)$$

Las ecuaciones (20) y (21) definen el mismo punto en el espacio proyectivo \mathcal{Q}^{γ_i} . Sin embargo, al contrario de lo que sucede en el control visual en el espacio invariante comentado ampliamente en la Sección 3, los vectores \mathbf{q}_i no son independientes de los parámetros intrínsecos de la cámara debido a que $\mathbf{T}_p^{\gamma_i}$ y $\mathbf{T}_m^{\gamma_i}$ dependen de los *pesos redistribuidos* γ_i . A su vez, los *pesos redistribuidos* γ_i dependen directamente de los pesos totales γ_{uv}^i asociados a cada característica de la imagen y se calculan en función de la posición de la característica en la imagen la cual varía en función de los parámetros intrínsecos de la cámara. No obstante el control que se propone en este punto permite dirigir la cámara a la posición de referencia aunque los parámetros intrínsecos de la cámara varíen durante el control, como por ejemplo sucede si la cámara está realizando un zoom de la escena a la vez que se está controlando su posición/orientación.

4.4 ESQUEMA DE CONTROL PROPUESTO

Supongamos que en un paso previo (off-line), una imagen de referencia de la escena, correspondiente con la posición de referencia ξ^* , se ha adquirido y se han calculado las características \mathbf{p}_i^* . Una vez llevado a cabo este paso la cámara se sitúa en una posición/orientación ξ donde se adquiere una nueva imagen y se obtienen las características \mathbf{p}_i que van a ser calculadas en cada iteración. En base a las características actuales \mathbf{p}_i se obtienen los pesos totales γ_{uv}^i asociados a cada una de las características. Una vez obtenidos los pesos γ_{uv}^i se redistribuyen mediante (16) obteniendo los pesos γ_i . Con los *pesos redistribuidos* se obtienen las características actuales y de referencia ponderadas $\mathbf{p}_i^{\gamma_i}, \mathbf{p}_i^{\gamma_i^*}$ pre-multiplicando las características por el peso γ_i . Por último, se calculan \mathbf{q}_i y \mathbf{q}_i^* utilizando la ecuación (20). Hay que destacar que como \mathbf{q}_i^* se calcula en cada instante de muestreo, ($\mathbf{q}_i^*(t)$), y por tanto en el diseño de la ley de control hay que introducir la derivada de \mathbf{q}_i^* respecto del tiempo. El esquema de control propuesto considerando la utilización de características ponderadas se muestra en la Figura 7.

De igual forma que en el control visual en el espacio invariante clásico, el control de la cámara se consigue introduciendo todos los puntos de referencia del espacio proyectivo ponderado \mathcal{Q}^{γ_i} en un vector $\mathbf{s}^*(\xi^*) = (\mathbf{q}_1^*, \mathbf{q}_2^*, \dots, \mathbf{q}_n^*)$ de dimensión $(3n \times 1)$. De la misma manera, los puntos característicos en la posición orientación actual del sistema de referencia de la cámara son introducidos en un vector $\mathbf{s}(\xi) = (\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \dots, \mathbf{q}_n)$ de dimensión $(3n \times 1)$. Si $\mathbf{s}(\xi) = \mathbf{s}^*(\xi^*)$ entonces $\xi = \xi^*$ y por tanto la cámara estará en la posición de referencia independientemente del valor de los parámetros intrínsecos de la cámara.

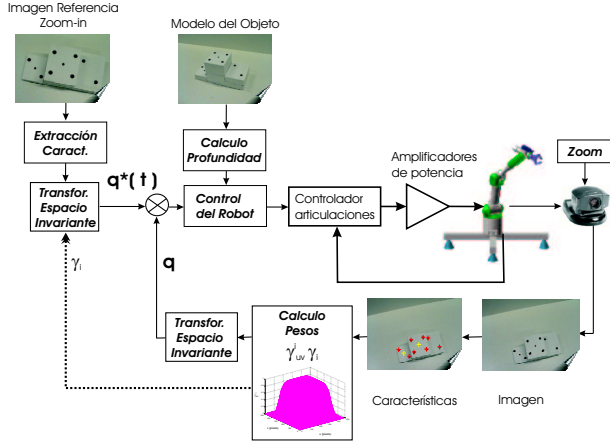


Figura 7: Control visual en el espacio invariante con características ponderadas: Esquema de Control

Para controlar el movimiento de la cámara, se utilizará la siguiente ley de control basada en la definición de la función de la tarea continua (10) y en la ecuación (14):

$$\mathbf{v} = -\lambda (\mathbf{W}\mathbf{L})^+ \mathbf{W} (\mathbf{s} - \mathbf{s}^*(t)) + (\mathbf{W}\mathbf{L})^+ \mathbf{W} \dot{\mathbf{s}}^* \quad (22)$$

donde $\mathbf{s}^*(t) = (\mathbf{q}_1^*(t), \mathbf{q}_2^*(t), \dots, \mathbf{q}_n^*(t))$ y $\mathbf{s} = (\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \dots, \mathbf{q}_n)$ son las características actuales evaluadas en cada instante de muestreo. Con esta ley de control el sistema es localmente estable como se demuestra en [4].

Como se ha comentado con anterioridad, las prestaciones del sistemas de control están estrechamente relacionadas con la estimación de la matriz de interacción \mathbf{L} que depende de los puntos normalizados $\mathbf{m}_i(\xi) \in \mathcal{M}$ calculados en cada instante de tiempo a partir de los puntos de la imagen mediante la expresión $\mathbf{m}_i = \mathbf{K}^{-1} \mathbf{p}_i$, de los puntos $\mathbf{q}_i(\xi)$ en el espacio proyectivo \mathcal{Q}^γ , de la distribución de profundidades en cada instante de tiempo $\mathbf{z}(\xi) = (Z_1, Z_2, \dots, Z_n)$ y de los pesos redistribuidos γ_i . Su cálculo detallado se puede consultar en [4].

4.5 DEMOSTRACIÓN DE LA CONTINUIDAD DEL CONTROL

En las Figuras 3 y 4 en la Sección 2, se muestran los efectos de la pérdida de características en la imagen sobre la continuidad de la ley de control y los movimientos no deseados de la cámara que pueden causar estas discontinuidades. Estos resultados son producto de un experimento en el que se realiza el control de una cámara que se está moviendo debido a que se le aplica una perturbación, tanto en posición como orientación, respecto a su posición de referencia y a la vez está realizando un zoom de la escena. Debido a que se está utilizando el zoom de la cámara, es decir se está variando uno de sus parámetros intrínsecos (la distancia focal), la única técnica de control que puede ser aplicada es el control visual en el espacio invariante.

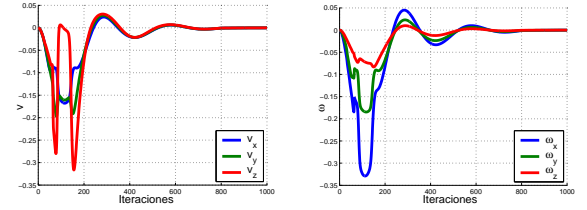
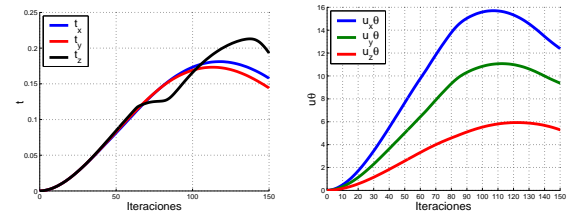


Figura 8: Ley de control continua cuando algunas características desaparecen del campo de visión de la cámara. Las velocidades de traslación (a) y rotación (b) de la cámara están medidas en $\frac{m}{s}$ y $\frac{deg}{s}$ respectivamente

En las Figuras 8 y 9, se muestran las mismas variables que las mostradas en las Figuras 3 y 4 pero una vez aplicado el control visual en espacio invariante con características ponderadas presentado en esta sección. Como puede observarse en la Figura 8, la ley de control es continua aunque hay algunas características que salen fuera del plano de la imagen durante el control. Evitando las discontinuidades en la ley de control también se evita el movimiento brusco de la cámara reflejado en la Figura 4 (a) y que en la Figura 9 no se produce.



(a) Error de posición (b) Error de orientación

Figura 9: Errores de posición y orientación de la cámara. Están medidos en m y deg respectivamente

5 RESULTADOS EXPERIMENTALES

En los experimentos se ha considerado un sistema formado por un robot y una microcámara, unida rígidamente a la pinza del robot. Al extremo del robot se le aplica constantemente una perturbación senoidal decreciente diseñada de forma que las características salgan del campo de visión de la cámara. El objetivo del control es mantener la posición inicial de referencia a pesar de que el extremo del robot está afectado de dicha perturbación en su posición.

En los resultados presentados se va a comparar la utilización de las aproximaciones de control visual clásicas frente a las propuestas en este capítulo que utilizan características ponderadas. En las siguientes secciones se presentarán los resultados obtenidos en los experimentos: en primer lugar cuando la matriz de interacción \mathbf{L} permanece constante durante el control y en segundo lugar cuando la matriz de interacción \mathbf{L} es actualizada en cada iteración.

5.1 MATRIZ DE INTERACCIÓN CONSTANTE

En esta sección, se presentan los resultados obtenidos utilizando durante el control una estimación constante de la matriz de interacción determinada con las características visuales y aproximación de sus profundidades calculadas para la posición de referencia. El objetivo del control es mantener al robot en su posición de referencia corrigiendo el desplazamiento introducido por la perturbación aplicada a la pinza del robot. Durante la tarea de control una característica ((U_4V_4)) abandona el plano de la imagen como se muestra en el error de características representado en la Figura 10 (a). Debido a la eliminación de la característica del vector de características actuales y de referencia se produce una discontinuidad en la ley de control (Figura 10c-d). En la Figura 10 (b), se muestran las velocidades articulares enviadas al controlador del robot. Los picos son debidos a las discontinuidades en la ley de control. Como se puede intuir de los resultados presentados el sistema es inestable como se muestra en la trayectoria seguida por el robot (Figura 10 (e)) y en dos posiciones del robot en dos instantes de muestreo distintos presentados en la Figura 10 (f).

En el segundo experimento, el objetivo del control es el mismo pero se emplea la nueva formulación con características ponderadas que evita las discontinuidades producidas en la ley de control por la aparición/desaparición de características en la imagen. En la Figura 12 (f), se muestran los pe-

sos asociados a cada característica ponderada. De la observación de dicha figura, se puede deducir que las características 2, 3 y 4 han abandonado el plano de la imagen (característica 4) o se han encontrado próximas al borde de la misma (características 2 y 3) durante la tarea de control. A pesar de que la característica 4 ha desaparecido del plano de la imagen y se ha vuelto a incorporar con posterioridad, la ley de control es continua como muestra la Figura 12c-d. El sistema es estable como se muestra en la trayectoria seguida por el robot (Figura 12e) y por la convergencia a cero de las velocidades articulares (Figura 12b). De esta forma quedan demostradas las ventajas que introduce la utilización de esta nueva aproximación sobre:

- La continuidad de la ley de control: El asegurar que la ley de control es continua, es decir no se producen cambios abruptos y repentinos en ella, nos permitirá conseguir un mejor funcionamiento global del sistema.
- La estabilidad: La pérdida de características cuando se utiliza una matriz de interacción constante produce inestabilidades que son evitadas con la nueva formulación presentada en este capítulo.

Si se mantiene la matriz de interacción constante durante el control, la única forma de asegurar la estabilidad del sistema frente a la desaparición temporal de características en la imagen es utilizar la aproximación propuesta en este capítulo, como se demuestra en los resultados experimentales de esta sección.

5.2 MATRIZ DE INTERACCIÓN VARIABLE

En esta sección, se presentan los resultados obtenidos utilizando durante el control una estimación de la matriz de interacción que será actualizada cada iteración con las características visibles y una aproximación de sus profundidades calculadas mediante el algoritmo de DeMenthon [2]. El objetivo del control es mantener al robot en su posición de referencia corrigiendo el desplazamiento introducido por la perturbación aplicada a la pinza del robot. Durante la tarea de control una característica ((U_4V_4)) abandona el plano de la imagen como se muestra en el error de características representado en la Figura 11 (a). Debido a la eliminación de la característica de los vectores de características actuales y de referencia se produce una discontinuidad en la ley de control (Figura 11c-d). En la Figura 11 (b), se muestran las velocidades articulares enviadas al controlador del robot, los picos

producidos en qp_4 son debidos a las discontinuidades en la ley de control y a pesar de las discontinuidades el sistema es estable tendiendo las velocidades articulares a cero.

En el segundo experimento, el objetivo de control es el mismo pero se emplea la nueva formulación con características ponderadas que evita las discontinuidades producidos en la ley de control por la aparición/desaparición de características en la imagen. En la Figura 13 (b), se muestran los pesos asociados a cada característica ponderada. De la observación de la Figura, se puede deducir que las características 2, 3 y 4 han abandonado el plano de la imagen (característica 4) o se han encontrado próximas al borde de la misma (características 2 y 3) durante la tarea de control. A pesar de que la característica 4 ha desaparecido del plano de la imagen y se ha vuelto a incorporar con posterioridad, la ley de control es continua como muestra la Figura 12c-d. El sistema es estable como se muestra por la convergencia a cero de la ley de control (Figura 12c-d). De esta forma quedan demostradas las ventajas en cuanto a continuidad y estabilidad proporcionadas por la aproximación propuesta en este capítulo.

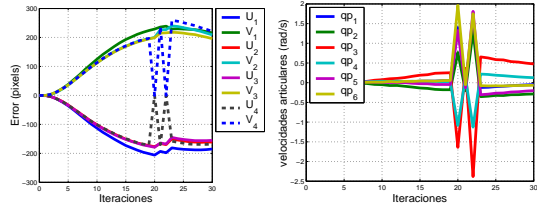
6 CONCLUSIONES

En este artículo se ha presentado la restricción de visibilidad que afecta a todas las aproximaciones de control visual aportadas durante las últimas tres décadas. Dentro de este contexto se han enunciado los problemas de continuidad que introducen la permisibilidad respecto a la presencia temporal de las características en la imagen en la ley de control.

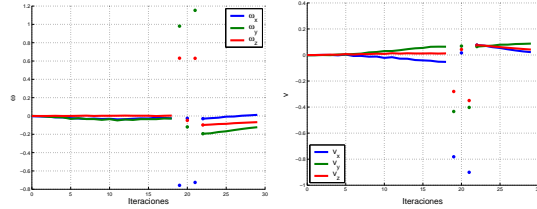
Se ha presentado y desarrollado una novedosa aproximación a la solución de la problemática que introducen los cambios de visibilidad en las características durante la ejecución de la tarea de control. Posteriormente se ha aplicado esta formulación al control visual en el espacio invariante aportando el esquema de control utilizando características ponderadas y la presentación de resultados donde se demuestra la continuidad del sistema.

Referencias

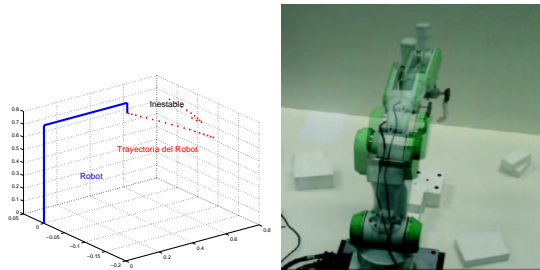
- [1] Benhimane, S. y Malis, E., (2003) Vision-based control with respect to planar and non-planar objects using a zooming camera, *IEEE International Conference on Advanced Robotics*, v. 18, 991-996, July, 2003
- [2] DeMenthon, D. y Davis, L.S., (1995) Model-Based Object Pose in 25 Lines of Code, *International Journal of Computer Vision*, v. 15, 123-141.
- [3] Espiau, B., Chaumette, F. y Rives P., (1992) A new approach to visual servoing in robotics. *IEEE Trans. on Robotics and Automation*, 8(3):313-326
- [4] García, N., (2004) Técnicas avanzadas para el control visual de robots basadas en características de la imagen. Aplicación a la solución de posibles singularidades. *Tesis Doctoral. Universidad Miguel Hernández*.
- [5] García, N. y Malis, E. (2004) Preserving the continuity of visual servoing despite changing image features. In *Proc. IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, Sendai, Japan.
- [6] Hutchinson, S., Hager, G. y Corke, P., (1996) A tutorial on visual servo control. *IEEE Trans. on Robotics and Automation*, 12(5):651-670
- [7] Mezouar, Y. y Chaumette, F., (2002) Path Planning For Robust Image-based Control, *IEEE Trans. on Robotics and Automation*, v. 18, 4, 534-549
- [8] Malis, E., (2004) Visual servoing invariant to changes in camera intrinsic parameters. *IEEE Transaction on Robotics and Automation*, 20(1):72-81
- [9] Samson, C., Le Borgne, M. y Espiau, B., (1990) Robot Control: the Task Function Approach, volume 22 of *Oxford Engineering Science Series*. Clarendon Press, Oxford, UK.



(a) Error en la imagen (b) Velocidades articulares

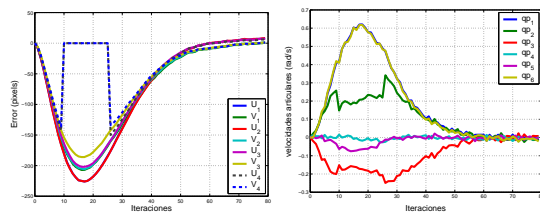


(c) Velocidad Rotacional de la cámara (d) Velocidad Traslacional de la cámara

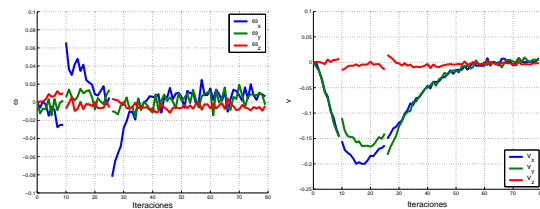


(e) Trayectoria del robot (f) Posiciones del robot

Figura 10: Resultados experimentales con sistemas industriales: Aproximación clásica con la matriz de interacción constante.

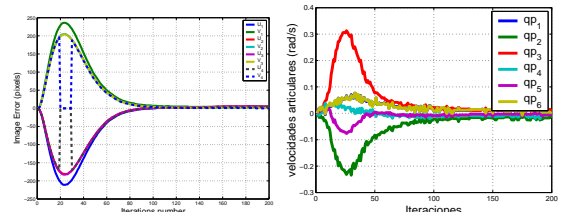


(a) Error en la imagen (b) Velocidades articulares

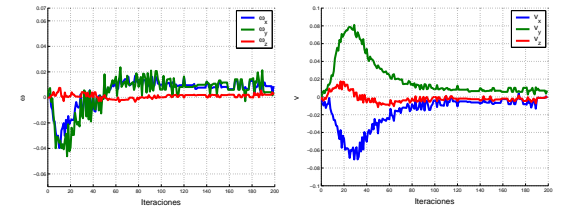


(c) Velocidad Rotacional de la cámara (d) Velocidad Traslacional de la cámara

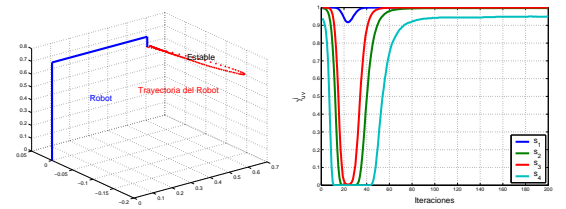
Figura 11: Resultados experimentales con sistemas industriales: Aproximación clásica con la matriz de interacción variable.



(a) Error en la imagen (b) Velocidades articulares

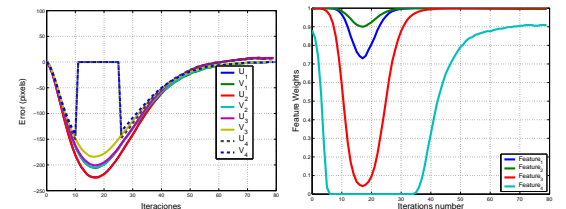


(c) Velocidad Rotacional de la cámara (d) Velocidad Traslacional de la cámara

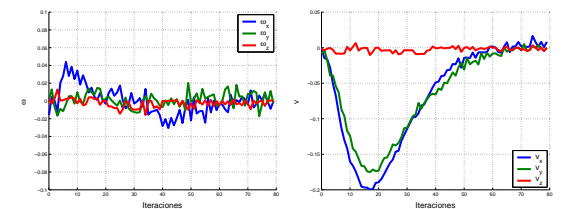


(e) Trayectoria del robot (f) γ_{uv}^i

Figura 12: Resultados experimentales con sistemas industriales: Aproximación utilizando características ponderadas con la matriz de interacción constante.



(a) Error en la imagen (b) γ_{uv}^i



(c) Velocidad Rotacional de la cámara (d) Velocidad Traslacional de la cámara

Figura 13: Resultados experimentales con sistemas industriales: Aproximación utilizando características ponderadas con la matriz de interacción variable.