

# APLICACIÓN DEL CONTROL ROBUSTO $H_\infty$ A UNA PLANTA SOLAR

M.A. Corchero, M.G. Ortega y F.R. Rubio

Depto. Ingeniería de Sistemas y Automática  
Escuela Superior de Ingenieros. Universidad de Sevilla  
Camino de los Descubrimientos s/n, 41092 - Sevilla  
email: {macperu,ortega,rubio}@cartuja.us.es

## Resumen

*Este artículo se centra en la aplicación de técnicas de control robusto  $H_\infty$  a una planta solar para producción de frío. Se aplicarán distintas estructuras de control dentro de un bucle determinado, dada la complejidad del sistema completo. El control de la planta se ha realizado mediante un controlador en realimentación y otro en prealimentación para el rechazo de las perturbaciones medibles. Se expondrán tanto la metodología de diseño de los controladores como los resultados obtenidos.*

**Palabras clave:** Control Robusto, Control  $H_\infty$ , Sensibilidad Mixta, Control de Procesos, Control de Sistemas Solares.

## 1 INTRODUCCIÓN

Llevar a cabo una tarea de climatización (ya sea la de producción de frío como la de producción de calor) a partir de energía solar tiene múltiples características que la hacen especialmente interesante. Por una parte, el uso de energías renovables, como la energía solar, en vez de la utilización de combustibles fósiles (petróleo, carbón, etc) más contaminantes, es siempre innovadora y deseable. Además, la producción de frío para climatización a partir de energía solar es claramente atractiva, ya que, cuanto más calor haga (que será debido a la presencia de un mayor nivel de radiación solar) se contará con mejores condiciones para que la planta funcione correctamente en la producción de frío.

Durante la época estival, la instalación funciona en modo de producción de frío. El sistema dispone de un equipamiento, basado en una máquina de absorción que le permite generar agua fría a la salida a partir de agua caliente a la entrada, mediante un proceso de traspaso de calor en forma de vapor, de tal manera que esa agua fría es utilizada para enfriar el aire en una instalación de aire acondicionado.

La máquina de absorción toma la energía calorífica de los acumuladores, del campo de colectores o de una caldera si fuese necesario, para completar la

fase de generación de vapor del ciclo de absorción. Manteniendo la temperatura de entrada al generador de vapor dentro del rango  $75^\circ\text{C} - 100^\circ\text{C}$  en el que la máquina produce frío bajo unas características óptimas.

Es por esto que las referencias que daremos al controlador que regule la temperatura del agua de entrada a la máquina de absorción van a tener poca variabilidad, ya que deberán estar en el rango de  $25^\circ\text{C}$  para los que funciona óptimamente la máquina de absorción de calor. El controlador tendrá que tener buenas características no tanto en el seguimiento de referencias muy variables, sino en el rechazo de perturbaciones que intenten sacar la temperatura de salida de los colectores de un valor fijo marcado.

En la Figura 1 puede observarse una fotografía de la planta, situada en la azotea del edificio de laboratorios del Departamento de Sistemas y Automática.



Figura 1: Vista de la planta real

## 2 DESCRIPCIÓN DEL SISTEMA

El sistema completo es bastante complejo y extenso, por lo que nos centraremos en el diseño de controladores para uno de los bucles que lo componen, en particular, el encargado de regular la temperatura del agua (calentada por efecto de la radiación solar) que será posteriormente usada en la tarea de climatización (en la máquina de absorción para la producción de frío).

Se pretende pues mantener constante la tempe-

ratura a la salida del campo de captadores solares mediante el grado de apertura de la válvula de tres vías VM1. Esta válvula controla la temperatura del agua hacia el campo de captadores, ya que controla la proporción en la que se mezcla el agua que regresa del campo de colectores y la que proviene de los acumuladores solares (ver Figura 2).

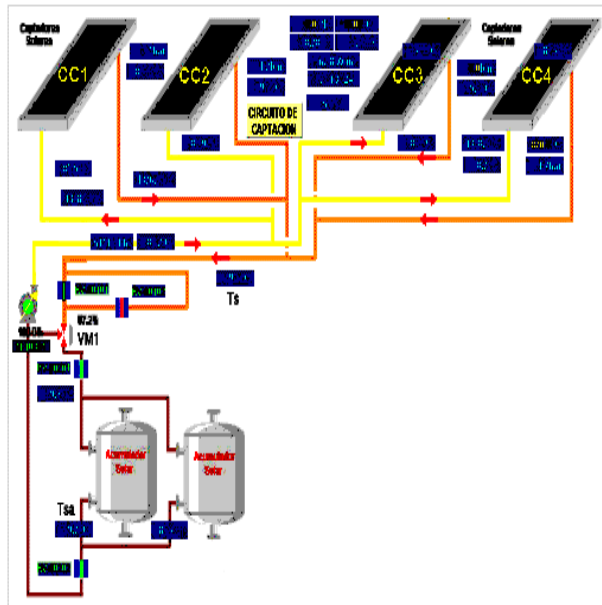


Figura 2: Esquema del bucle a controlar.

El criterio que rige el funcionamiento de la válvula es el siguiente:

- VM1 al 0%: Todo el agua que sale de los colectores se recircula de nuevo hacia el campo de captadores solares.
- VM1 al 100%: Todo el agua se dirige hacia los acumuladores solares.

Al regular con VM1, cuando la temperatura de salida es mayor que la referencia, se permite la entrada de más agua proveniente de los acumuladores (que se supone que va a estar a menor temperatura) y así, disminuye la temperatura a la entrada del campo de colectores. Por tanto, bajo las mismas condiciones de radiación, bajará su temperatura a la salida. De igual forma, si la temperatura de salida es menor que la deseada, se hace recircular más cantidad de agua "caliente" hacia los captadores y se permite la entrada de menos cantidad de agua "fría" de los acumuladores; la temperatura a la salida aumentará.

Una de las principales características del sistema VM1-TSC es su retardo, que es del mismo orden que el tiempo característico del sistema (del orden de varios minutos).

Otras magnitudes a tener en cuenta son la temperatura a la que se encuentra el agua en los acumuladores (TAC) y el nivel de radiación solar (RAD), que actuarán sobre el sistema en forma de perturbaciones.

Efectivamente, ante un incremento negativo en la apertura de la válvula (cierre para aumentar TSC), si la radiación es alta, se producirá una temperatura a la salida mayor que si la radiación es baja. De la misma manera, ante un incremento positivo en VM1 (apertura para enfriar el agua a la salida), si la temperatura del agua en los acumuladores es baja, TSC será menor que si la temperatura de acumuladores es alta. También influye, de la misma forma, la temperatura ambiente, aunque en mucha menor medida.

Más información sobre la planta puede obtenerse en [1], así como resultados de la aplicación de controladores básicos PID a la misma.

### 3 IDENTIFICACIÓN DEL SISTEMA

Una vez determinadas las variables de entrada, salida y perturbación del sistema, se pasa a un proceso de recolección de datos para modelar cada una de las funciones de transferencia que serán necesarias para el cálculo del controlador.

Tal y como se ha planteado el esquema de control, será necesario modelar las funciones de transferencia VM1-TSC y RAD-TSC.

Para obtener los datos necesarios para modelar la primera de las funciones de transferencia se realizó el siguiente experimento. Se aplicaron escalones en el valor de posición de la válvula VM1 para ver como evolucionaba la temperatura de salida de colectores. Los escalones aplicados fueron de  $\pm 25\%$  de amplitud en torno a 3 posiciones nominales iniciales, que se correspondieron con el 25%, 50% y 75% de apertura de la válvula.

Gracias a estos experimentos se tuvieron datos suficientes para identificar la característica VM1-TSC en 3 puntos distintos de funcionamiento del sistema. Se presentan los datos obtenidos en las figuras 3, 4 y 5.

Estos datos se someten a un proceso de identificación estándar de modelos paramétricos implementado en un paquete de programas ([3]).

Debido a razones de comodidad, es preferible trabajar con datos que no reflejen retraso en la característica de transferencia VM1-TSC, de forma que antes de someter a los datos al proceso de identificación, se elimina manualmente el retraso de los mismos.

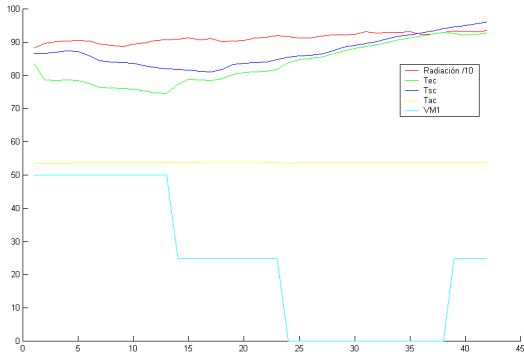


Figura 3: Datos para la identificación del sistema VM1-TSC en torno al 25%.

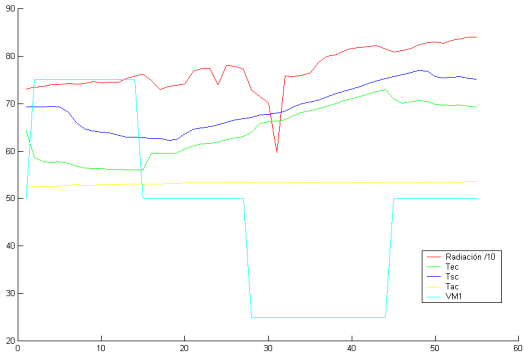


Figura 4: Datos para la identificación del sistema VM1-TSC en torno al 50%.

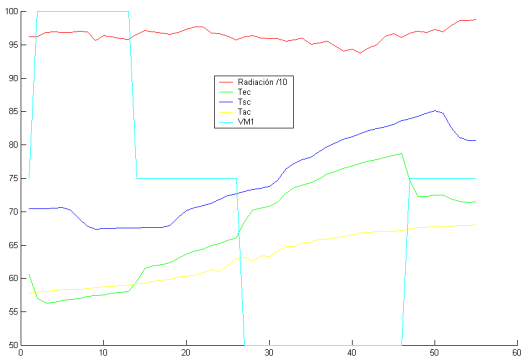


Figura 5: Datos para la identificación del sistema VM1-TSC en torno al 75%.

Como se puede observar en las figuras 3, 4 y 5, el comportamiento del sistema es similar al de un sistema de primer orden con un retraso determinado.

Se escoge una estructura de modelo ARX 1 2 0, que tal y como puede comprobarse en las figuras 6, 7 y 8, se ajusta bastante bien a los datos obtenidos experimentalmente.

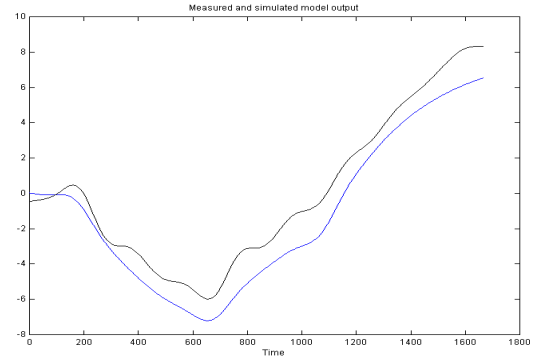


Figura 6: Comparación entre los datos obtenidos experimentalmente y la salida dada por el modelo calculado de la característica VM1-TSC en torno al 25%.

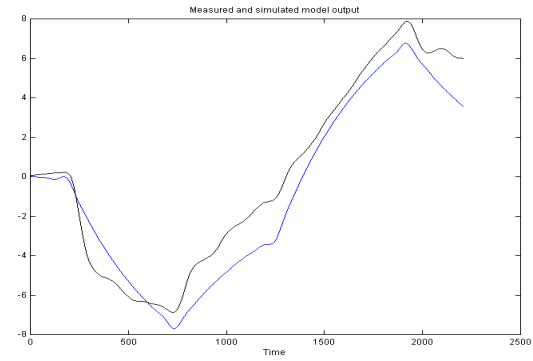


Figura 7: Comparación entre los datos obtenidos experimentalmente y la salida dada por el modelo calculado de la característica VM1-TSC en torno al 50%.

Como último paso del proceso quedaría añadir a los modelos obtenidos en Matlab, los retrasos que antes se habían quitado de los conjuntos de datos. Hecho esto, se tendrían ya los modelos con y sin retraso de la característica VM1-TSC en 3 puntos distintos de funcionamiento (el tiempo de muestreo es de 40 seg).

- VM1 en torno al 25%:

$$G_1(z) = \frac{-0.007363z - 0.06675}{z - 0.9322} z^{-3} \quad (1)$$

- VM1 en torno al 50%:

$$G_2(z) = \frac{0.001119z - 0.08281}{z - 0.9264} z^{-3} \quad (2)$$

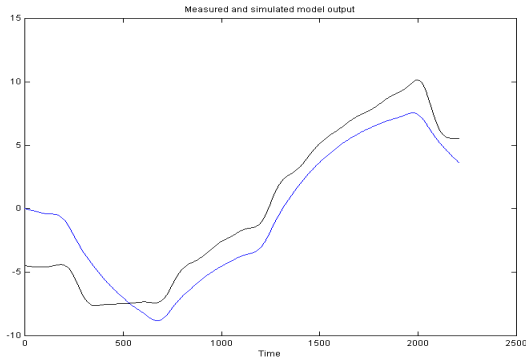


Figura 8: Comparación entre los datos obtenidos experimentalmente y la salida dada por el modelo calculado de la característica VM1-TSC en torno al 75%.

- VM1 en torno al 75%:

$$G_3(z) = \frac{-0.01224z - 0.09292}{z - 0.8979} z^{-3} \quad (3)$$

La otra característica de transferencia que se necesita es la de RAD-TSC. Para obtenerla, el experimento que se lleva a cabo en la planta es el siguiente. Dejando la válvula a una apertura constante del 50%, dejamos que la temperatura de salida de colectores evolucione únicamente gracias a la aportación de calor debida a la radiación solar.

El experimento tiene una duración de casi un día completo, ya que dado que no se puede controlar la radiación, hay que esperar que se produzca de forma espontánea algún fenómeno tipo "nube" que produzca una variación suficientemente grande en la radiación como para que aporte información en el proceso de identificación.

De la batería de datos obtenidos se puede destacar el conjunto presentado en la Figura 9.



Figura 9: Datos para la identificación del sistema RAD-TSC.

El proceso que se lleva a cabo para identificación de la característica de transferencia es similar al

comentado anteriormente. Una vez preprocesados los datos, se identificará el modelo con una estructura igualmente de tipo ARX 1 2 0, que resulta ser bastante adecuada para la caracterización de la misma.

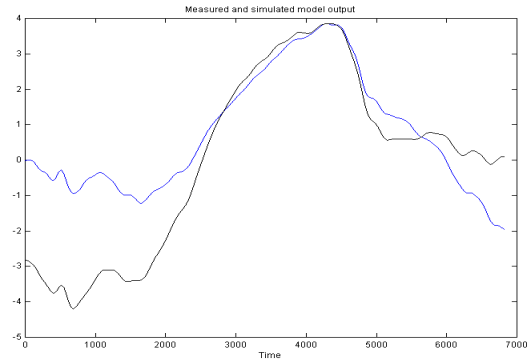


Figura 10: Comparación entre los datos obtenidos experimentalmente y la salida dada por el modelo calculado de la característica RAD-TSC.

Al igual que antes, no queda más que añadir al modelo el retraso observado experimentalmente para tener el modelo completo, que queda como sigue (el tiempo de muestreo es de nuevo de 40 segundos):

$$G_d(z) = \frac{0.002049z - 0.000785}{z - 0.9836} z^{-2} \quad (4)$$

Con estos modelos de las dinámicas que intervienen en el sistema se afronta el diseño de los controladores.

#### 4 DISEÑO DE CONTROLADOR $H_\infty$ BASADO EN SENSIBILIDAD MIXTA S/T DEL SISTEMA VM1-TSC

El diseño de un controlador por realimentación para ser aplicado en el sistema que estamos estudiando puede ser formulado como un problema de optimización, con buenas características de robustez y rechazo de perturbaciones, el cuál se muestra bajo la configuración de la Figura 11, siendo:

- $P(s)$ : Planta Generalizada.
- $K(s)$ : Controlador.
- $u$ : Señales de control.
- $v$ : Variables medidas.
- $w$ : Señales exógenas (perturbaciones).
- $z$ : Errores.

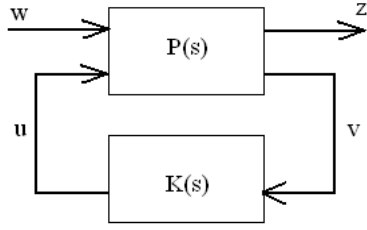


Figura 11: Esquema generalizado de un control realimentado.

El problema del control óptimo  $H_\infty$  con esta configuración consiste en calcular un controlador tal que la razón " $\gamma$ " entre la energía del vector de errores y la energía del vector de señales exógenas se minimice. Este problema óptimo no está resuelto todavía, aunque algunos métodos se han obtenido para el problema subóptimo, por los cuales la razón " $\gamma$ " decrece mediante procedimientos iterativos. Éste es el proceso de síntesis que ha sido empleado en este artículo, y que está implementado en algunos paquetes de programación bien conocidos ([2]).

Una configuración para construir la planta generalizada es la dada por el problema de sensibilidad mixto S/T ([5]), que se expone en la Figura 12. En este caso, la expresión del bucle cerrado resultante viene dada por la matriz de transferencia 5:

$$T_{zw} = \begin{bmatrix} W_S(s)S_0(s) \\ W_T(s)T_0(s) \end{bmatrix} \quad (5)$$

donde  $S_0(s)$  es la función de sensibilidad y  $T_0(s)$  es la función de sensibilidad complementaria:

$$S_0(s) = (I + G(s)K(s))^{-1} \quad (6)$$

$$T_0(s) = G(s)K(s) \cdot (I + G(s)K(s))^{-1} \quad (7)$$

Los términos  $W_S(s)$  y  $W_T(s)$  constituyen sus respectivas funciones de ponderación, que permiten que se especifique el rango de frecuencias de mayor importancia para la función de transferencia en bucle cerrado.

Como es conocido, ajustar adecuadamente  $T_0(s)$  es conveniente para tratar problemas de seguimiento de referencias, atenuación de ruido y para estabilidad robusta respecto a las incertidumbres multiplicativas a la salida.

Por otra parte, ya que  $S_0(s)$  relaciona las señales de error con referencias y perturbaciones, ajustar la función de sensibilidad permitirá que el rendimiento del sistema sea controlado (en

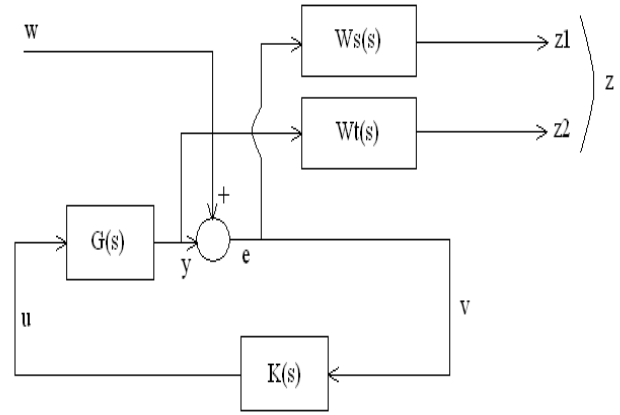


Figura 12: Problema de sensibilidad mixta S/T

términos de atenuación de la perturbación y seguimiento de referencias).

Por lo tanto, ya que el controlador se obtiene de la planta generalizada, el problema de síntesis con esta configuración se reduce al diseño de un modelo nominal  $G(s)$  y algunas funciones de ponderación apropiadas mediante las cuales se impondrán las especificaciones de control.

Este proceso de diseño será descrito brevemente a continuación, y se expone de forma exhaustiva en [4].

#### 4.1 SELECCIÓN DE LA PLANTA NOMINAL Y ESTIMACIÓN DE LAS INCERTIDUMBRES

La síntesis de un controlador robusto se basa en el conocimiento de la incertidumbre del sistema. En este trabajo, se usa una descripción de su efecto multiplicativo a la salida, siendo la elección de un modelo nominal el primer paso para estimar dicho efecto.

Se propone un modelo de bajo orden, tal y como el que ya hemos identificado, como planta nominal. Esta selección conduce a un sistema nominal simplificado, lo que beneficia los cálculos del controlador. Sin embargo, una inconveniencia a tener en cuenta es que la región de incertidumbre resultante debe ser extendida.

Una vez que se elige el modelo nominal  $G(s)$ , la incertidumbre multiplicativa a la salida puede ser estimada como sigue:

$$E_{o,i}(s) = [G_i^*(s) - G(s)] \cdot G(s)^{-1} \quad (8)$$

donde  $G_i^*(s)$  representa los diferentes sistemas no

lineales en cada punto de operación donde se necesita que el controlador trabaje adecuadamente.

#### 4.2 DISEÑO DE LAS FUNCIONES DE PONDERACIÓN $W_T(s)$ Y $W_S(s)$

Tal y como se expone en [4], la función de ponderación  $W_T(s)$  debe ser diseñada bajo las siguientes condiciones: estable, de fase mínima y con módulo mayor que el valor singular de la incertidumbre previamente calculada para cada modelo no nominal y frecuencia, esto es:

$$|W_T(jw)| \geq \bar{\sigma}(E_{o,i}(jw)) \quad \forall w, \forall i \quad (9)$$

En cuanto a la  $W_S(s)$ , se propone en [4] que tenga la forma:

$$W_S(s) = \frac{\alpha s + w_s}{s + \beta w_s} \quad (10)$$

A continuación se muestra como diseñar cada uno de los parámetros de esta función:

- $\alpha$  es la ganancia de la función en alta frecuencia. Se tomará  $\alpha \cong 0.5$ .
- $\beta$  es la ganancia de la función a baja frecuencia. Este valor supone un límite superior del error de estado de equilibrio permitido. Desde el punto de vista del control, sería deseable alcanzar estados de equilibrio con error nulo, lo que implica tomar  $\beta = 0$ . Sin embargo, esta selección daría problemas numéricos en los algoritmos de síntesis. Un valor pequeño apropiado para este parámetro sería  $[10^{-6}, 10^{-4}]$ , según la aplicación.
- $w_s$  es la frecuencia de cruce de la función. Este valor indica el ancho de banda mínimo de la función de transferencia que es ponderada. Como valor inicial, una década por debajo de la frecuencia de cruce de la función  $W_T(s)$  previamente diseñada (" $w_T$ "). Se propone ir variando el valor de  $w_s$  según la expresión:  $w_s = 10^{(Ki-1)}w_T$ , donde " $Ki$ " se usa para variar el valor de " $w_s$ " según como se quiera que sea la velocidad de la respuesta.

#### 4.3 APLICACIÓN AL BUCLE DE CONTROL ESPECIFICADO EN LA PLANTA SOLAR

En el caso de diseño del controlador antes planteado, tomando como punto nominal de funcionamiento una apertura de la válvula del 50%, el diagrama de incertidumbres tiene un aspecto tal como se muestra en la Figura 13.

Además, en la Figura 13 se presenta el perfil de la función de ponderación  $W_T(s)$ , que como puede

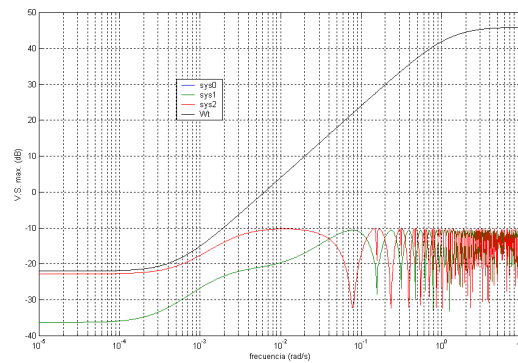


Figura 13: Diagrama de incertidumbres multiplicativas y función de ponderación  $W_T$ .

verse cumple las condiciones que en la etapa de diseño se impusieron a la misma (ver punto 4.2). La función de transferencia correspondiente es:

$$W_T(s) = \frac{10^{-0.1}(2000s + 1)}{0.8s + 1} \quad (11)$$

En cuanto a la función de ponderación  $W_S(s)$ , teniendo en cuenta que la frecuencia de cruce observada es aproximadamente " $6.3 \cdot 10^{-3}$  rad/s" se toma la siguiente:

$$W_S(s) = \frac{0.5s + 10^{-0.25} \cdot 6.3 \cdot 10^{-3}}{s + 10^{-4} \cdot 10^{-0.25} \cdot 6.3 \cdot 10^{-3}} \quad (12)$$

Con estas funciones de ponderación, se diseña el controlador mediante las funciones que incorpora el Toolbox de control robusto de Matlab para la solución del problema  $H_\infty$  subóptimo.

A continuación se presenta la Figura 14 en la que puede verse la respuesta del sistema en cada punto de operación, siendo controlado por el controlador diseñado.

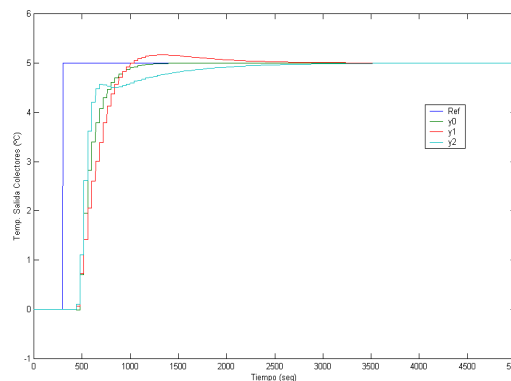


Figura 14: Respuesta simulada del sistema controlado.

También se han realizado simulaciones en las cuales se introduce el controlador calculado previamente para una estructura del sistema en la

que no se tenía en cuenta el efecto de las perturbaciones (ver Figura 12), en un modelo del sistema en el que ahora si se tiene en cuenta este efecto.

El sistema será sometido a diferentes patrones de radiación, y se vera como responde el control tanto en tareas de seguimiento de referencia escalón como en regulación. Se presentan a continuación una batería de figuras que ilustran los resultados obtenidos.

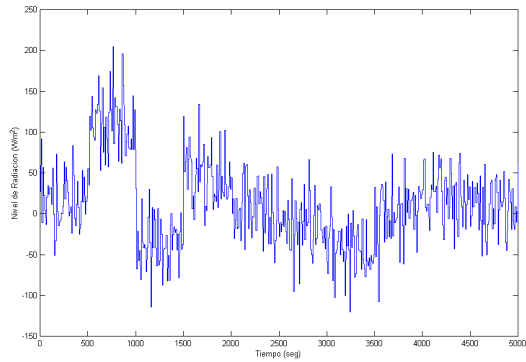


Figura 15: Perfil de radiación usado en el primer conjunto de simulaciones.

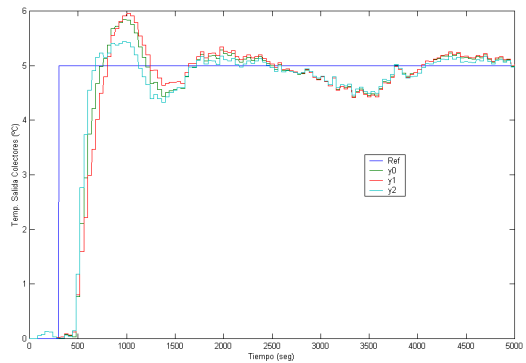


Figura 16: Respuesta de seguimiento de la referencia en las condiciones de radiación 1.

#### 4.4 PRUEBAS DEL CONTROLADOR EN LA PLANTA REAL

Para la realización de las pruebas del controlador en el sistema real se utiliza un esquema cliente-servidor de acceso a base de datos OPC ([6]) entre el entorno donde está implementado el sistema de gestión de la planta (CUBE) y el programa donde se implementa el sistema de control (Simulink de Matlab).

En las siguientes figuras se muestran las gráficas de los resultados de algunos de los experimentos realizados.

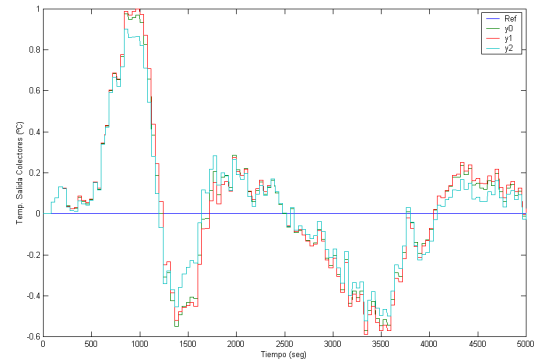


Figura 17: Respuesta de regulación en las condiciones de radiación 1.

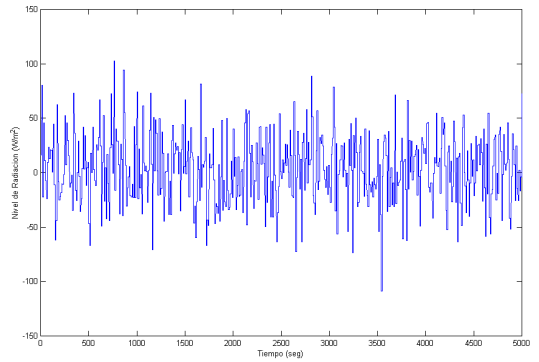


Figura 18: Perfil de radiación usado en el segundo conjunto de simulaciones.

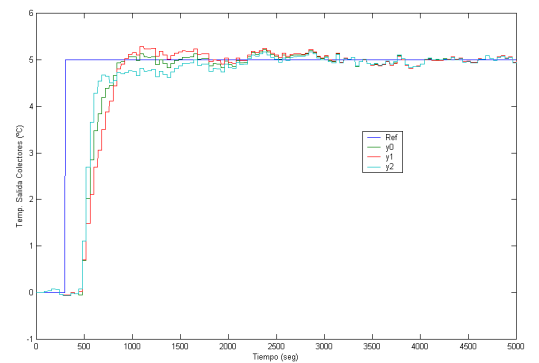


Figura 19: Respuesta de seguimiento de la referencia en las condiciones de radiación 2.

## 5 DISEÑO DE CONTROLADOR $H_\infty$ BASADO EN SENSIBILIDAD MIXTA S/KS/T DEL SISTEMA VM1-RAD-TSC

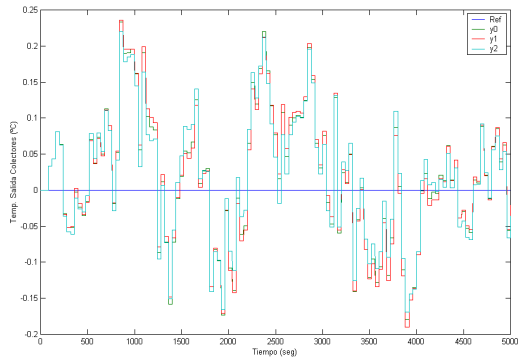


Figura 20: Respuesta de regulación en las condiciones de radiación 2.

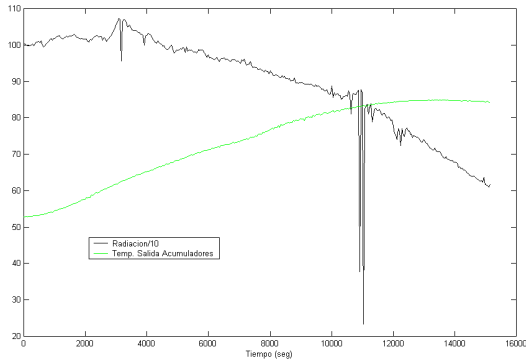


Figura 21: Condiciones en las variables de perturbación bajo las que se realizó el experimento.

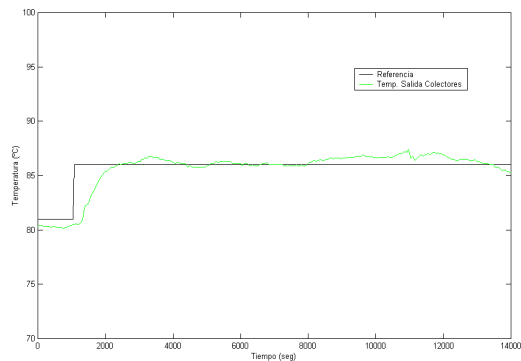


Figura 22: Resultados experimentales del control VM1-TSC.

Se realizará ahora una mejora del esquema de control propuesto anteriormente, introduciendo un bucle de compensación de la perturbación que introduce en el sistema el efecto de calentamiento que provoca la radiación solar. El mecanismo de compensación se realizará mediante un controlador por prealimentación de las perturbaciones.

Como es habitual, debido a los inevitables errores que se producen tanto en las medidas como en el modelado, se diseña el control en bucle cerrado. Así, el controlador "feedforward" actúa conjuntamente con el controlador por realimentación (ver Figura 23).

En esta ocasión, en vez de calcular en controlador "feedforward" de forma analítica a partir de las funciones de transferencia de los modelos de perturbaciones y sistema, haremos que la síntesis de dicho controlador se realice incluyéndolo en la estructura de la planta generalizada.

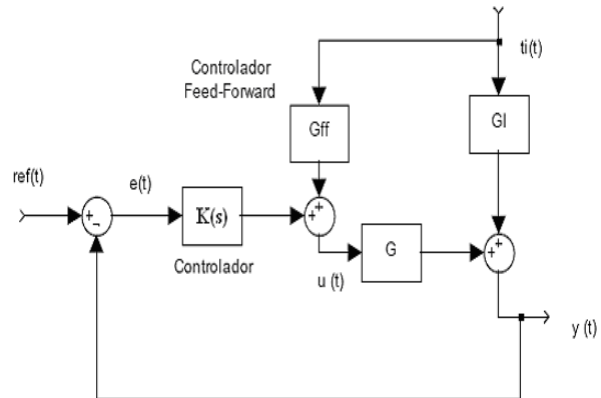


Figura 23: Esquema completo del controlador con bucle feedforward.

Al introducir el lazo de prealimentación en la estructura anteriormente propuesta para el control del bucle VM1-TSC, quedaría una estructura similar a la de la Figura 24.

La metodología de diseño de las funciones de ponderación  $W_S(s)$  y  $W_T(s)$  es exactamente la misma que la que comentamos en los apartados anteriores. La diferencia principal que se observa en esta estructura es que ahora, además de la señal de error y la salida, se ponderan también las señales de control "u1" y "u2" mediante las funciones de ponderación  $W_{KS1}(s)$  y  $W_{KS2}(s)$ , que se han



tomado simplemente iguales a la unidad.

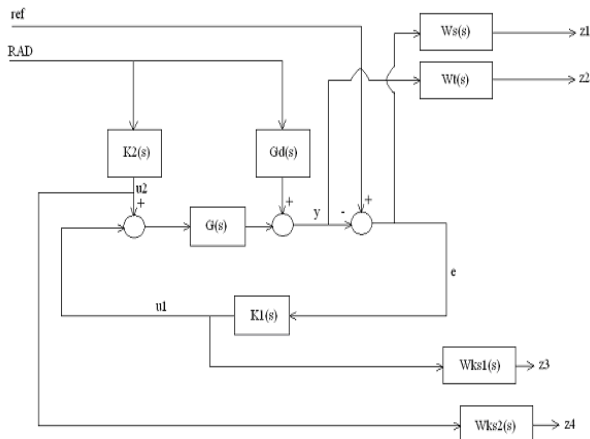


Figura 24: Esquema del bucle de control feedforward implementado.

Con estas funciones de ponderación, se diseña el controlador mediante el "Toolbox de Control Robusto" de Matlab ([2]).

En las figuras 26 y 27 puede verse la respuesta que presenta el sistema simulado en cada punto de operación al control previamente calculado, ante diferentes valores del parámetro " $K_i$ " de ajuste de la función de ponderación  $W_S(s)$ .

Se ha usado como patrón de perturbación un modelo ruidoso tal y como se muestra en la Figura 25. Además en el modelo del sistema usado para la simulación se ha introducido el efecto de saturación en el actuador de la válvula (0%-100%).

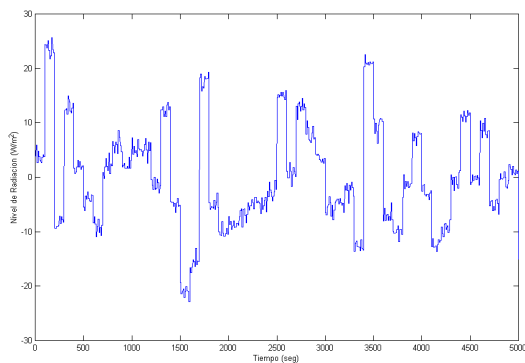


Figura 25: Modelo de perturbación ruidoso.

En la Figura 29 se representa una prueba real del controlador realizada sobre la planta solar, bajo las condiciones de variables de perturbación (radiación solar y temperatura de salida de acumuladores) presentadas en la Figura 28.

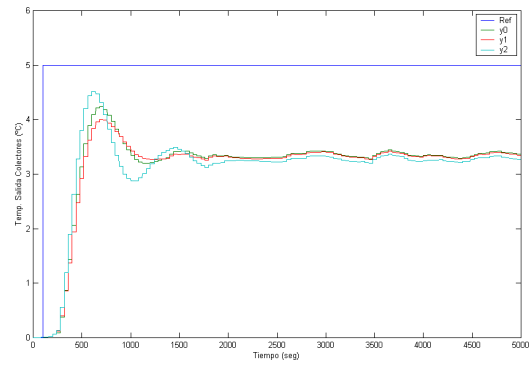


Figura 26: Resultados simulados de controlador feedforward (" $K_i = 0.7$ ").

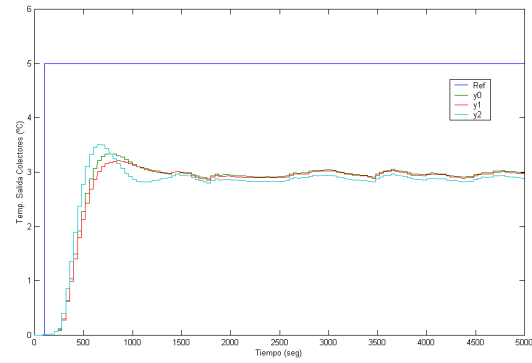


Figura 27: Resultados simulados de controlador feedforward (" $K_i = 0.2$ ").

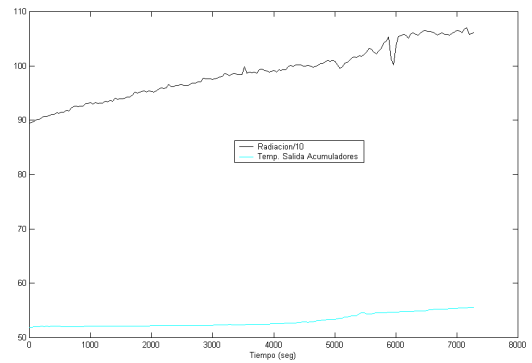


Figura 28: Condiciones en las variables de perturbación bajo las que se realizó el experimento.

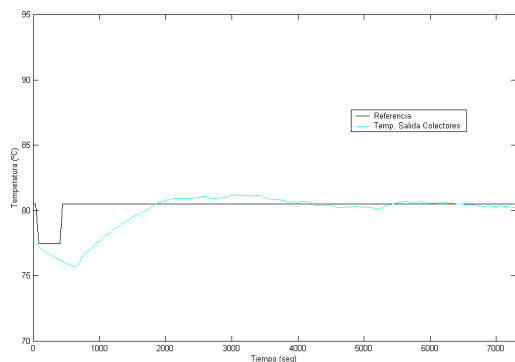


Figura 29: Resultados experimentales del control VM1-RAD-TSC.

## 6 CONCLUSIONES

Se ha diseñado un controlador robusto basado en el problema de sensibilidad mixta  $H_\infty$  para el control de una planta solar. El método resultante es relativamente simple y se reduce prácticamente al ajuste de un solo parámetro para cada una de las salidas consideradas. Se ha diseñado tanto un controlador básico por realimentación como otro más complejo que incluye un bucle de prealimentación de la perturbación. La validez del controlador se ha probado sobre una planta solar real, realizándose los controladores en Simulink y comunicándose con el SCADA de control de la planta vía OPC.

### Agradecimientos

Este trabajo ha sido realizado gracias a una beca concedida por el Ministerio de Educación y Ciencia y financiado por el proyecto DPI 2001-2424-C02-01.

### Referencias

- [1] Alcahud, F. (2000). Control y Supervisión de una planta solar de aire acondicionado. *Proyecto Fin de Carrera*. Dpto. Ingeniería de Sistemas y Automática. Universidad de Sevilla.
- [2] Balas, G. J. (1998).  $\mu$ -Analysis and Synthesis Toolbox. *Documento de ayuda de Matlab*.
- [3] Ljung, L. (1997). Identification Toolbox. *Documento de ayuda de Matlab*.
- [4] Ortega, M. G., Rubio, F. R. (2004). Systematic Design of Weighting Matrices for the  $H_\infty$  Mixed Sensitivity Problem. *Journal of Process Control*. Vol. 14. 89-98.
- [5] Skogestad, S., Postlethwaite, I. (1996). *Multivariable Feedback Control. Analysis and Design*. John Wiley & Sons.

- [6] Villafañe, A. (2002). Comunicación OPC entre CUBE y Matlab. Guía Rápida. *Documento interno*. Dpto. Ingeniería de Sistemas y Automática. Universidad de Sevilla.