DISEÑO DE UN CONTROLADOR ROBUSTO DE ORDEN REDUCIDO CON H2LQG Y HINF MEDIANTE REDUCCIÓN DE PROCESO

Dr. M. H. Alanbari (*) , Dr. Agustín J. Avello(**), Dr. Mª Jose Terrón López (*), Dr. Marta Ugarte Suárez(*), Dr. Victor M. Padrón Nápoles; Dr. Fernando juan berenguer ciscar

(*) Dpto de Ingeniería Eléctrica y Electrónica de la Universidad Europea de Madrid, VILLAVICIOSA DE Odón, 28670 Madrid.E-mail: alanbari@oi.ind.uem.es.

(**) Dpto. de Automática Ingeniería Electrónica e Informática Industrial (DISAM) de la Universidad Politécnica de Madrid, E.T.S. Ingenieros Industriales, José Gutiérrez Abascal, 2 - 28006 Madrid. E-mail: ajimenez@etsii.upm.es.

Resumen

En este artículo se presenta el diseño automático de controladores robustos mediante técnicas de reducción del orden del proceso. Se ha hecho el diseño con dos herramientas muy avanzadas (Hinf y H2lqg). El diseño supone resolver del problema de seleccionar los pesos de prestaciones[1] y robustez, de manera que el sistema, con la incertidumbre en forma global, multiplicativa y limitada, establece un compromiso fundamental entre la sensibilidad y la sensibilidad complementaria. Es de destacar que el diseño en Hinf es el más eficaz para afrontar el control de una planta con modelo nominal y perturbación acotada.

1- Introducción:

Conseguir un controlador reducido son: para evitar las limitaciones en la memoria del computador, en la velocidad de cómputo en aplicaciones en tiempo real y también para reducir el número de componentes en la implementación final del sistema (conjunto de modelo y controlador).

2- Caminos de conseguir el controlador reducido

2.1- Camino directo

El cálculo de los parámetros del controlador reducido se hace por minimización del índice de representación cuadrática, tal que el controlador tiene que ser de grado fijo, además de ser estable e invariante en el tiempo. Hay dos ideas en esta técnica:

1- Dado el controlador estabilizado, se calcula la sensibilidad del índice del comportamiento como una variación en el parámetro del controlador.

2- Si no se da el controlador estabilizado, es necesario trabajar con un índice del comportamiento del tiempo finito, y usar la sensibilidad de los parámetros del controlador para iterar sus parámetros, tal que se minimiza el índice.

El intervalo de tiempo sobre el cual se calcula el índice, se hace suficientemente grande, y el controlador que resulta tiene que ser estable. Algunos trabajos que siguen este camino son [1,2,3 y 4]

Hyland y Bernstein [2 y 5] han deducido las condiciones necesarias para un controlador óptimo de orden reducido por el camino directo. Desafortunadamente solucionar cuatro parejas de ecuaciones matriciales es un problema duro, también, los parámetros del diseño tienen que ajustarse para obtener el comportamiento deseado de lazo cerrado.

Además existe la posibilidad de que estos métodos tengan algunas dificultades en abarcar el diseño de orden reducido en problemas donde el índice de la minimización cuadrática no es la meta final, pero es utilizado para llegar a otros objetivos. Por lo tanto, en este momento no esta claro cómo y dónde se debe usar el camino directo, por eso se prefiera los caminos indirectos (-1- y -2-), como se ha indicado en la siguiente Figura (1).

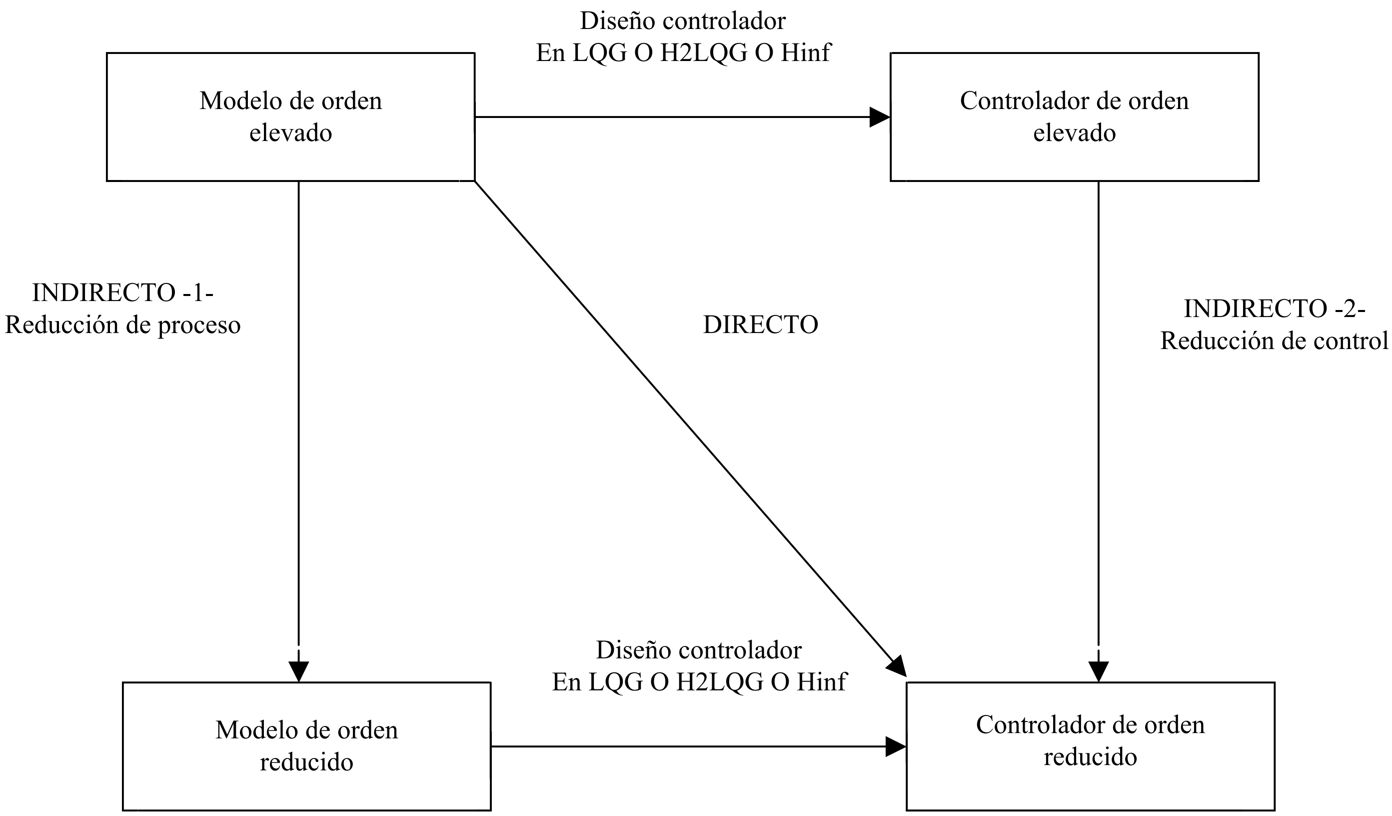

Figura (1) Caminos para conseguir un controlador de orden reducido

2.2 Caminos indirectos

Como se indica en la figura (1), hay dos maneras indirectas de conseguir el controlador reducido:

Camino directo: se obtiene el controlador reducido de una forma directa a partir del modelo de la planta de orden elevado.

***Caminos* indirectos:** se llega al controlador de orden reducido a través de etapas intermedias. Existen los dos caminos siguientes:

Camino indirecto -1- : se realizan dos etapas: reducción de proceso y seguidamente diseño el control en LQG o H2lqg o Hinf o (Hinf/H2lqg).

Camino indirecto -2- : se realizan dos etapas: diseño el control en LQG o H2lqg o Hinf o (Hinf/H2lqg) y seguidamente reducción del control.

El diseño en todos los caminos consiste en hallar el controlador robusto de orden reducido mínimo, de tal forma que este controlador se comporta con los modelos de la familia exactamente como si fuera el controlador original.
A continuación se dan los detalles del proceso del diseño del camino indirecto -1-, usando en los procesos de aproximación el método de reducción desarrollado[28], que depende de la idea de la participación de la energía impulsional de los controladores.

2.2.1 Camino Indirecto -1- (reducción del proceso)

En el que primero se aproxima el modelo de la planta a otro de orden reducido y después a continuación se diseña un controlador en LQG, H2lqg y Hinf o una combinación de estas herramientas al mismo tiempo, usando el modelo de la planta reducido. Al final se usa el controlador reducido con el modelo de la planta de orden elevado, como si fuera el controlador original de orden elevado con el modelo de la planta. Algunos trabajos en este camino son [6, 7, 8, 9, 10]. A continuación se propone aplicar por primera vez el siguiente proceso de reducción desarrollado.

2.2.1.1 El Método propuesto (reducción de proceso)

1- Se considera el siguiente modelo general[1] de la planta de orden n

$$G(s)_1 \equiv \begin{cases} \dot{X}(t) = A * X(t) + B * u(t) + d(t) \\ Y(t) = C * X(t) + D * u(t) \end{cases} \tag{1}$$

donde $X(t) \in R^n$, $u(t) \in R^q$, $Y(t) \in R^p$, d(t) es la perturbación y (A,B,C, y D) son matrices de la función de transferencia del modelo de orden n, y d(t) es la dinámica de la perturbación

2- Se aplica el método de reducción desarrollado [28] al modelo de la planta en la ecuación (1), de forma que se retienen las r parejas de parámetros (alfa y beta) que contribuyen en mayor medida a la energía de la respuesta impulsional en el modelo reducido (de orden r < n). Se intenta conseguir un modelo reducido que dé una mejor aproximación al modelo de la planta, que será:

$$Gr(s) \equiv \begin{cases} \dot{X}r(t) = Ar * Xr(t) + Br * u(t) + d(t) \\ Y(t) = Cr * X(t) + Dr * u(t) \end{cases} \tag{2}$$

donde $X_r(t) \in R^r$, $u(t) \in R^q$, $Y(t) \in R^p$ y (A_r,B_r,C_r y D_r) son matrices de la función de transferencia del modelo reducido de orden r.

3- Si se desea diseñar un controlador robusto para el modelo reducido Gr(s), se interpreta el error de aproximación entre el modelo original G(s) y el modelo reducido Gr(s) como una cota de la incertidumbre, además de la incertidumbre entre el modelo original y la planta actual.

Se utiliza la forma estándar para el modelo reducido al añadir las funciones de ponderación W1(s), W2(s) y W3(s) para penalizar las señales del error (e), control (u) y la salida (Y) respectivamente. La selección de las funciones de ponderación se basa a las reglas desarrolladas [29], tales que el modelo reducido en lazo cerrado tenga las características deseadas y satisfaga el compromiso fundamental entre la sensibilidad S1(s) y la sensibilidad complementaria T1(s), donde se consiguen las funciones S1(s) y T1(s) de las ecuaciones en [28”, 29] , con el valor en lazo abierto L1(s)=Gr(s)*Fr1(s).

---

1 El modelo general puede ser de fase mínima, de fase no mínima, estable, inestable, monovariable y multivariable

Así en la figura (2) queda representado el problema en la forma estándar.

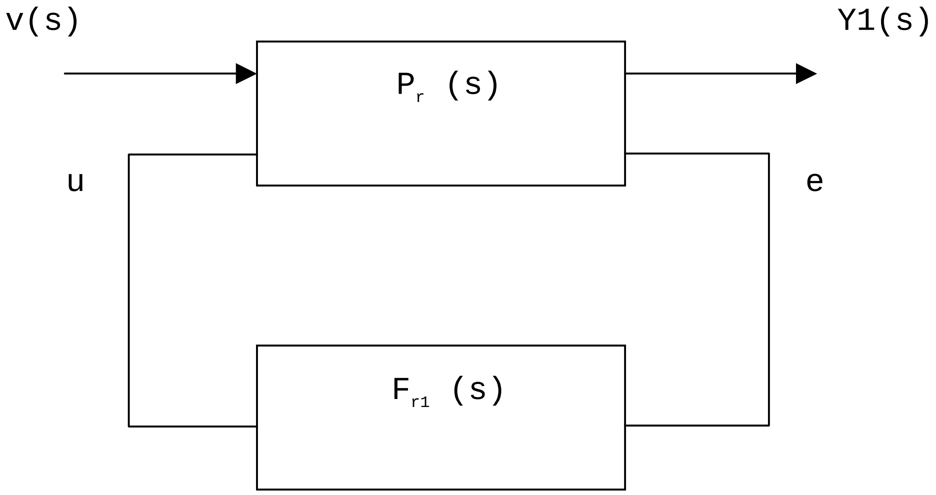

Figura (2): Forma estándar del problema de ganancia pequeña del modelo reducido

donde

$$
Pr(s) = \left|\begin{array}{c:r}
W1(s) & -W1(s)*Gr(s) \\
0 & W2(s) \\
0 & W3(s)*Gr(s) \\
\hline
1 & -Gr(s)
\end{array}\right| \qquad (3)
$$

y v son los estados de las perturbaciones.

4- Las condiciones necesarias y suficientes para asegurar la prestación nominal, estabilidad robusta y prestación robusta son respectivamente las siguientes:

$$\| W1\ (s)\ {*}Sr(s) \|_{\infty} \ \underline{\Delta}\ \sup |\ W1\ (jw)\ {*}Sr\ (jw)\ |\ \leq 1 \qquad (4)$$

$$\| W3\ (s)\ {*}Tr(s) \|_{\infty} \ \underline{\Delta}\ \sup |\ W3\ (jw)\ {*}Tr\ (jw)\ |\ \leq 1 \qquad (5)$$

$$\sigma\,[\ W1\ (jw)\ {*}Sr(jw)\ ] + \sigma\,[\ W3\ (jw)\ {*}Tr\ (jw)\ ] \leq 1\ \ Aw \qquad (6)$$

Se puede resolver el compromiso entre prestación nominal y estabilidad robusta, de modo que se garantice la prestación robusta, resolviendo el siguiente problema en función de un parámetro 'Gam', tal que:

$$\min_{Pr1(s)\ \text{estabilizantes}} \left\| \underline{TY1v}(s, Gam) \right\|_{\xi}$$

$$\min_{Fr1(s)\ \text{estabilizantes}} \left| \begin{array}{l} \left\| [Gam^* \ W1(s) * Sr(s) \right\| \\ \\ \left\| [\ W3\ (s) * Tr\ (s) \right\|_{\xi = 2\ o\ \infty} \end{array} \right| \qquad (7)$$

donde la ecuación (7) es la matriz de la función de transferencia de la figura (2).

5- El diseño consiste en hallar el controlador reducido Fr1 diseñado en Hinf y H2lqg o la combinación de las dos normas (Hinf/H2lqg), que estabiliza el modelo reducido Gr(s) y minimiza la norma de la matriz de la función de transferencia del sistema reducido de la ecuación (7), de tal forma que el controlador reducido Fr1(s) actúa con los modelos de la familia exactamente como si fuera el controlador original F(s), como se indica en la figura (3).

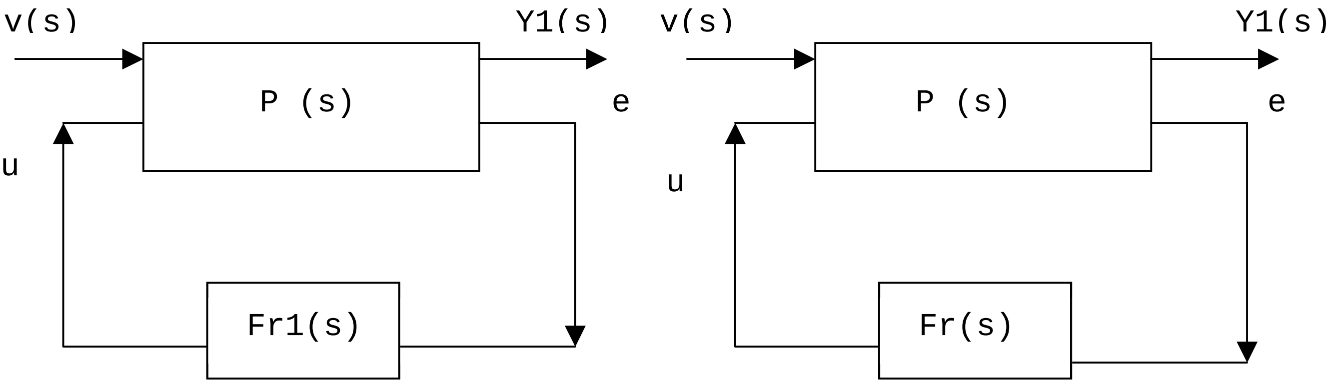

Figura (3): Controladores de órdenes elevado y reducido con la planta aumentada
en lazo cerrado (camino indirecto -1-)

Se puede conseguir el controlador reducido Fr1(s) [29] aplicando el modelo reducido Gr(s) en lugar de G(s), que viene dado de la forma siguiente:

$$Fr1(s) = -[U1 + Dr^*Q] * [\ V1 - Nr\ ^*Q]^{-1} \qquad (8)$$

Donde (Nr, Dr) y (U1, V1) son respectivamente factorizaciones comprimas por la derecha y por la izquierda [28”] aplicando al modelo reducido Gr(s).

Este controlador reducido es robusto al satisfacer las condiciones necesarias y suficientes (ecuaciones (4 $\rightarrow$ 6).

6- El orden del grado de McMillan para el controlador reducido Fr1(s) diseñado por el camino indirecto -1-, se obtiene de la siguiente forma:

De los modelos del espacio de estado[28”], que corresponden al modelo reducido Gr(s), se deduce lo siguiente:

A- En el caso de que los modelos del espacio de estado no tengan ningún cero en el semiplano derecho, el orden del controlador será:

$$\text{Ord. (Fr1(s))} = \text{Ord. (Pr(s))} \tag{9}$$

donde el orden de la planta reducida Pr(s) es:

$$\text{Ord. (Pr(s))} = \text{Ord. (Gr(s))} + \text{Ord. (W1(s))} + \text{Ord.(W2(s))} + \text{Ord. (W3 (s))} \tag{10}$$

B- En el caso de que los modelos del espacio de estado[28”] tengan un numero r1 y r2 respectivamente de ceros en el semiplano derecho [32], el orden del controlador será:

$$\text{Ord.(Fr1(s))} \leq \text{Ord. (Pr (s))} -1 \tag{11}$$

3- Conclusiones

Este método tiene las siguientes características:

1- La aproximación del modelo se lleva a cabo en una etapa muy temprana del proceso, y en cada paso en el proceso del diseño del controlador después de la reducción se comunican los efectos de ésta, por esto motivo la exactitud del diseño del controlador depende del grado de la aproximación del modelo reducido.

2- Una aproximación satisfactoria del modelo de la planta requiere algunos conocimientos avanzados sobre el controlador, que será difícil para el diseñador, y también unos conocimientos avanzados sobre el controlador, cuando prácticamente hay posibilidad de que no tenga que ser preciso. Esto es deducible de los conocimientos dados en las especificaciones de lazo cerrado suministrado por adelantado.

3- El procedimiento no toma en cuenta la forma de la frecuencia en el lazo causado por la presencia simultanea del controlador y el modelo de la planta.

4- El orden del controlador robusto reducido por el camino indirecto -2- [28”], es mucho menor que el del camino indirecto -1-. Por eso es aconsejable usar el camino -2- para conseguir un controlador robusto de orden reducido

Referencias

[15] A. Yousuff and R. E. Skeleton,'Controller Reduction by Component Cost Analysis', IEEE Transaction on Automatic Control, Vol. 29, No. 6, pp. 520-530, Jun. 1984.

[11] B. C. Moore,'Principal Component Analysis in Linear Systems: Controllability Observability and Model Reduction', IEEE Transaction on Automatic Control, Vol. 26, No. 1, pp. 17-37, 1982.

[25] B. D. O. Anderson,'Weight Hankel Norm Approximation: Calculation of Bounds', Syst. Contr. lett., No. 4, pp. 247-255, 1986.

[17] B. D. O. Anderson and R. E. Skeleton,'The Generation of all q-Markov Covers', IEEE Transaction on Automatic Control, Vol. 33, No. 4, pp. 375-384, 1988.

[12] Christian DE Villemagne and R. E. Skeleton,'Controller Reduction Using Canonical Interactions, IEEE Transaction on Automatic Control, Vol. 33, No. 8, pp. 740-751, Aug. 1988.

[30] C. N. Nett, C. A. Jacobson and M. D. Balas,'A connection Between State Space and Doubly Comprime Fraction Representations', IEEE Transaction on Automatic Control, Vol. 29, No. 9, pp. 831-832, Sep. 1984.

[1] D. Gangsas , K. R. Bruce and J. D. Blight,'Application of Modern Synthesis to Aircraft Control: Three Case Studies', IEEE Transaction on Automatic Control, Vol. 31, No. 11, pp. 995-1015, Dec. 1986.

[2] D. S. Bernestein and W. M. Haddad,'LQG Control with an H_∞ Performance Bound: A Riccati Equation Approach, IEEE Transaction on Automatic Control, Vol. 34, No. 3, Mar. 1989.

[5] Emmanuel G. Collins Jr., Larry D.David and stephen Richter,' Design of reduced order, H_2 Optimal

Controllers using a homotopy algorithm', International Journal of Control, Vol. 61, No. 1, pp. 97-126, 1995.

[26] Glover K.,'All Optimal Hankel-norm Approximations of Linear Multivariable Systems and their L_∞-error Bounds', International Journal of Control, Vol. 39, No. 6, pp. 1115-1193, Jun. 1984.

[23] Hitay Özbay,'Controller Reduction in the two-block H_∞-Optimal Design for Distributed Plants', International Journal of Control, Vol. 54, No. 5, pp. 1291-1308, 1991.

[16] J. A. Davis and R. E. Skeleton, Syst. Contr. Lett., Vol. 4, No. 2, pp. 79-83, 1984

[31] M. Vidasagar,'Control System Synthesis A Factorization Approach', U.S.A, 1987.

[28”] M. H. Alanbari,' Diseño automático de controladores robustos mediante técnicas de reducción de orden”,Tesis doctoral; Universidad Politécnica de Madrid, 1997

[28] M. H. Alanbari,' Reducción de Sistema Lineal por Aproximación de Energía Impulsional ', Universidad de León, 2003

[29] M. H. Alanbari,'Selección de Pesos de Prestación y Estabilidad para Control Robusto', Universidad de León, 2003

[19] Nett, C. B. Jacobson, C. B., and Balas M. J.,' A connection Between State - Space and double Coprime Factional Representation', IEEE Transaction on Automatic Control, Vol. 29, No. 9, pp. 831-832, 1984.

[8] N. K. Sinha and De Bruin,' Near - Optimal Control of High - Order Systems using Low - Order Models', International Journal of Control, Vol. 17, No. 2, pp. 257-262, 1973.

[9] Postlethwaite, D. W. GU, and S. D. O'Young,'Some “Computation Results on Size Reduction in Hinf” Design. IEEE Transaction on Automatic Control, Vol. 33, No. 2, pp. 177-185, Feb. 1988.

[32] Postlethwaite, S. D. O”Young and D. W. GU, “GU, and S. D. O'Young GU, “Note on McMillan degree Bounds for Hinf Optimal Controllers”, International Journal of Control, Vol. 48, No. 4, pp. 1743-1747, 1988.

[13] Robert E. Skeleton and Ajmal Y.,'Component Cost Analysis of Large Scale Systems', International Journal of Control, Vol. 37, No. 2, pp. 285-304, 1983.

[14] Robert E. Skeleton,'Cost Decomposition of Linear System with Application to Model Reduction', International Journal of Control, Vol. 32, No.6, pp. 1031-1055. 1980.

[27] S. Y. Kung and D. W. Lin,'Optimal Hankel - norm Model Reductions Multivariable Systems', IEEE Transaction on Automatic Control, Vol. 26, No. 4, pp. 832-852, 1981.

[24] T. C. Chen, C. Y. Chang and K. W. Han,'Model Reduction using the Stability - Equation Method and the Continued - Fraction Method', International Journal of Control, Vol. 32, No. 1, pp. 81-94, 1980.

[3] U. -L- LY, Ph.D dissertation Stanford University, 1982.

[4] Uy - Loi Ly, Arthur E. Bryson and Robert H. Cannon,'Design of Low - Order Compensators using Parameter Optimization', Automatic, Vol. 21, No. 3, pp. 315-318, 1985.

[22] Wassim M. Haddad, Dentein S. Bernstein and Y. William Wang, ' Pissipativa H_2/H_∞ Controller Synthesis ', IEEE Transaction on Automatic Control, Vol. 39, No. 4, pp. 827-831, Apr. 1994.

[10] Wilson D. A. and Mishra R. N.,'Design of Low Order Estimators Using Reduced Models.', International Journal of Control, Vol. 29, No. 3, pp. 447-456. Mar. 1979.

[20] Y. Liu and B. D. O. Anderson,'Controller Reduction Via Stable Factorization and Balancing', International Journal of Control, Vol. 43, No. 2, pp. 507-533, 1986.