

COMPARATIVA ENTRE DOS ESQUEMAS DE CONTROL ROBUSTO DE UN ROBOT FLEXIBLE DE UN GRADO DE LIBERTAD

F. Ramos, I. Payo y V. Feliu
E.T.S. de Ingenieros Industriales, UCLM
Avda. Camilo José Cela s/n, 13071 Ciudad Real, España
{Francisco.Ramos, Ismael.Payo, Vicente.Feliu}@uclm.es

Resumen

En la presente comunicación se comparan dos esquemas de control para robots flexibles de un grado de libertad. Ambos esquemas se desarrollaron para conseguir un control robusto ante cambios en la carga que transporta el robot y ante errores en la identificación de los parámetros del mismo.

La diferencia entre ambos estriba en el modelo utilizado para describir el robot. El primero de ellos era un modelo de masas concentradas que consideraba despreciable la masa del eslabón frente a la de la carga, suponiendo ésta última puntual. En el segundo se incorporó al modelo la inercia de la carga, provocándose un cambio esencial en el comportamiento del sistema.

Compararemos los comportamientos entre ambos esquemas de control para el modelo con masa e inercia en el extremo, para comprobar la bondad del primer esquema de control en el caso de que aparezca un efecto que no se había contemplado en su diseño (la inercia de la carga).

Para ello se realizarán una serie de simulaciones en MATLABTM en las que se estudiará también el comportamiento del sistema cuando se utilizan reguladores clásicos de tipo PD y PID.

Palabras Clave: Control robusto, robótica flexible, galgas extensiométricas.

1 INTRODUCCIÓN

El control de las vibraciones estructurales que aparecen en el movimiento de un brazo flexible, es un tópico tratado abundantemente en la bibliografía. Se han implementado una buena cantidad de soluciones para obtener la estabilidad del sistema basadas en distintos esquemas de control.

Sin embargo, gran parte de estos métodos no tienen en cuenta los efectos debidos a sucesos tan habituales como los cambios de inercia y de masa en el extremo debidos a un cambio en la herramienta. Para solucionar este problema, se han buscado esquemas

no lineales de control robusto, adaptativo [2,7] o deslizante [1], entre otros.

En trabajos anteriores [6], se han desarrollado los esquemas de control que se comparan en este trabajo. Ambos se basan en un control por realimentación de la señal de unas galgas, y permiten un estabilizar el sistema robótico descrito ante cualesquiera valores de los parámetros considerados en el modelo utilizado para el diseño. Mientras que la filosofía general es idéntica en ambos esquemas, el modelo físico empleado en el diseño del control ha sido distinto. En el primero utilizamos un modelo de masas distribuidas que considera despreciable la masa de la barra frente a la carga, suponiendo ésta como puntual, mientras que el segundo modelo asume que la carga tiene una forma que no permite suponerla puntual, debiendo tenerse en cuenta su inercia además de su masa [5].

En este estudio se abordará el deterioro del control propuesto en el esquema desarrollado en primer lugar, sin tener en cuenta la inercia de la carga, cuando ésta no puede ser despreciada, comparándose al esquema de control diseñado teniendo en cuenta dicho parámetro. En primer lugar se presentará el esquema general de control, y se particularizará para los dos modelos mencionados. A continuación se mostrarán una serie de simulaciones en las que estudiaremos el deterioro sufrido por el primer esquema de control a medida que aumenta la inercia del extremo, y lo compararemos con el segundo método de control, así como con las respuestas obtenidas mediante reguladores clásicos PD y PID. Finalmente, se postularán una serie de conclusiones sobre el estudio realizado, a modo de resumen.

2 MODELOS FÍSICOS CONSIDERADOS

A continuación pasamos a describir los modelos físicos que se manejaron para el diseño de los esquemas de control considerados

2.1 MODELO CON MASA PUNTUAL EN EL EXTREMO

Éste es un modelo de masas concentradas en el que suponemos despreciable la masa de la barra frente a la de la carga transportada. Suponemos además que dicha carga se puede tratar como una masa puntual, es decir, sin inercia debida a su forma, puesto que se le permite girar libremente sobre su eje. El esquema gráfico se muestra en la Figura 1, donde J_m es la inercia del motor, ν su rozamiento viscoso, l la longitud de la barra, c su rigidez, m la masa de la carga, θ_t es el ángulo del extremo y θ_m el del motor.

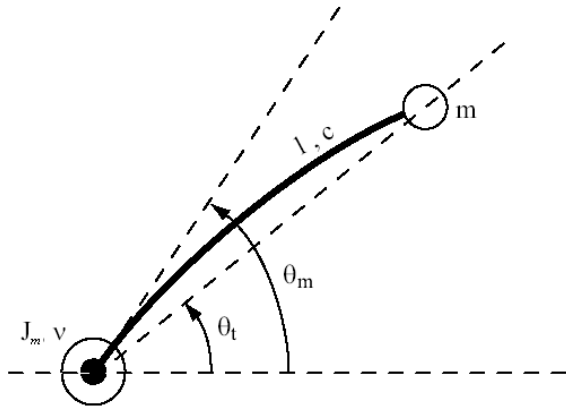


Figura 1: Robot con masa puntual en el extremo

En la expresión de la rigidez de la barra, aparecen dos nuevos parámetros del sistema, que son el momento de inercia de la sección I y el módulo de Young del material empleado E

$$c = \frac{3EI}{l} \quad (1)$$

La dinámica del sistema viene gobernada por las siguientes ecuaciones diferenciales

$$\Gamma_{acop} = ml^2 \ddot{\theta}_t = c(\theta_m - \theta_t) \quad (2)$$

$$\Gamma_m = KV = J_m n^2 \ddot{\theta}_m + \nu n^2 \dot{\theta}_m + \Gamma_{acop} \quad (3)$$

donde Γ_m es el par realizado por el motor, Γ_{acop} es el acoplamiento entre la barra y el motor, K es una constante propia del conjunto amplificador-motor, y V es la señal de tensión que gobierna el motor. En las anteriores ecuaciones se ha supuesto que el rozamiento de Coulomb está compensado mediante una prealimentación. Las funciones de transferencia que gobiernan el comportamiento del sistema pueden obtenerse a partir de (2) y (3)

$$\frac{\theta_m(s)}{V(s)} = \frac{Kn(s^2 + \omega_0^2)}{s[Jn^2s^3 + \nu n^2s^2 + (Jn^2\omega_0^2 + c)s + \nu n^2\omega_0^2]} \quad (4)$$

$$\frac{\theta_t(s)}{V(s)} = \frac{Kn\omega_0^2}{s[Jn^2s^3 + \nu n^2s^2 + (Jn^2\omega_0^2 + c)s + \nu n^2\omega_0^2]} \quad (5)$$

donde se ha definido la frecuencia natural del sistema ω_0 como

$$\omega_0^2 = \frac{c}{ml^2} \quad (6)$$

2.2 MODELO CON MASA E INERCIA EN EL EXTREMO

Este modelo es muy similar al anterior pero añadimos como nuevos elementos la inercia del extremo J y el ángulo de cabeceo θ_g .

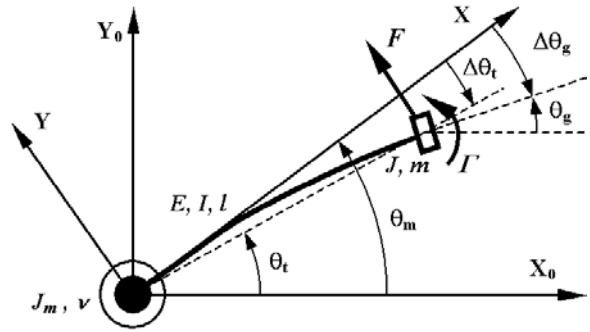


Figura 2: Robot con masa e inercia en el extremo

En este caso las ecuaciones que gobiernan el comportamiento del sistema son

$$\theta_t = \theta_m + \frac{l}{2EI}\Gamma + \frac{l^2}{3EI}F \quad (7)$$

$$\theta_g = \theta_m + \frac{l}{EI}\Gamma + \frac{l^2}{2EI}F \quad (8)$$

$$\Gamma = -J\ddot{\theta}_g \quad (9)$$

$$F = -ml\ddot{\theta}_t \quad (10)$$

donde Γ y F son el par y la fuerza en el extremo debidos a la flexibilidad de la estructura. Por tanto, el par de acoplamiento viene dado por

$$\Gamma_{acop} = -\Gamma - lF \quad (11)$$

De las ecuaciones (7) a (11) podemos obtener las funciones de transferencia de este nuevo modelo, las cuales son

$$G_t(s) = \frac{\theta_t(s)}{\theta_m(s)} = \frac{2\omega_0^2(s^2 + 2\omega_1^2)}{s^4 + 4(\omega_0^2 + \omega_1^2)s^2 + 4\omega_0^2\omega_1^2} \quad (12)$$

$$G_g(s) = \frac{\theta_g(s)}{\theta_m(s)} = \frac{2\omega_1^2(-s^2 + 2\omega_0^2)}{s^4 + 4(\omega_0^2 + \omega_1^2)s^2 + 4\omega_0^2\omega_1^2} \quad (13)$$

donde se ha definido una constante auxiliar

$$\omega_1^2 = \frac{EI}{Jl} \quad (14)$$

Pasamos a continuación a describir el esquema de control propuesto.

3 ESQUEMAS DE CONTROL

El esquema general de control utilizado para ambos desarrollos particulares es el que se muestra en el diagrama de bloques de la Figura 3, donde las magnitudes con sombrero representan las referencias.

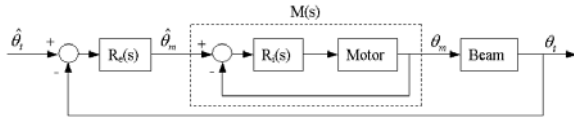


Figura 3: Esquema general de control

Este esquema permite desacoplar la dinámica interna del motor respecto del control de vibraciones del extremo, según se ha estudiado en anteriores trabajos [3,4]. De hecho, mediante un regulador clásico de tipo PD y las compensaciones de par de acoplamiento y rozamiento de Coulomb, podemos obtener una dinámica del motor equivalente a

$$M(s) = \frac{1}{(1 + \alpha s)^2} \quad (15)$$

donde α es un parámetro cuyo valor será tan pequeño como sea posible mientras que se eviten saturaciones en la señal de control del motor.

3.1 CONTROL PARA EL MODELO CON MASA PUNTUAL EN EL EXTREMO

El diagrama de bloques del control propuesto para este modelo de robot es el que se muestra en la Figura 4, en el que se realimenta la señal de la galga que mide el par de acoplamiento barra-motor.

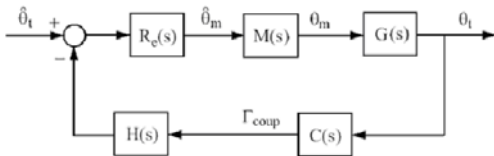


Figura 4: Control para el modelo con masa puntual

Donde los bloques G y C vienen dados por el modelo matemático según

$$G(s) = \frac{\theta_t(s)}{\theta_m(s)} = \frac{\omega_0^2}{s^2 + \omega_0^2} \quad (16)$$

$$C(s) = \frac{\Gamma_{acop}}{\theta_t} = ml^2 s^2 \quad (17)$$

mientras que los bloques R_e y H definen el control mediante

$$R_e(s) = (1 + \beta s)^2 \quad (18)$$

$$H(s) = \frac{\alpha^2}{\beta^2} \mu \quad (19)$$

Con estos reguladores y mediante el criterio de Routh, puede demostrarse que el control es estable si se satisface que: *i)* $\beta > \alpha$, de modo que tengamos una red de adelanto de fase; y *ii)* $\mu < 1$. Dependiendo de la elección de β y μ , siempre según estas condiciones, podemos hacer estable el sistema ante cualesquiera errores en la identificación de parámetros de la planta.

Es importante advertir que, para obtener una mejor respuesta transitoria del sistema debemos tratar de hacer $\beta \approx \alpha$ y $\mu \approx 1$, siempre respetando la estabilidad del sistema.

3.1.1 Adaptación para el caso en que se considere la inercia en el extremo

En el caso de que consideremos la inercia de la carga, cambiaremos la planta del sistema, mientras que el esquema de control será el mismo. Por tanto, el diagrama de bloques quedará según se muestra en la Figura 5.

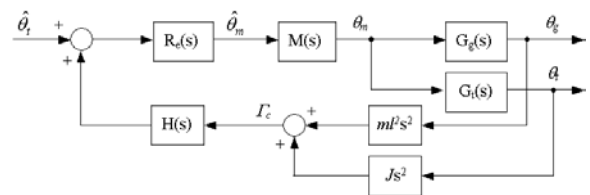


Figura 5: Control para masa puntual si existe inercia

La estabilidad de la planta también se ve modificada por la inclusión de la inercia, de modo que, analizándola de nuevo, esta vez mediante el criterio de Nyquist, llegamos a una condición de estabilidad más restrictiva en el parámetro μ , dada por

$$\mu < \frac{3\beta^2}{4\alpha^2} \quad (20)$$

Esto significa que la respuesta transitoria de nuestro sistema será peor y más oscilatoria, puesto que μ es

bastante diferente de 1, pero sigue teniendo un comportamiento estable.

3.2 CONTROL PARA EL MODELO CON MASA E INERCIA EN EL EXTREMO

En este caso realimentamos dos señales, una correspondiente al par de acoplamiento y otra al par debido a la inercia de la carga. El diagrama de bloques del control se muestra en la Figura 6.

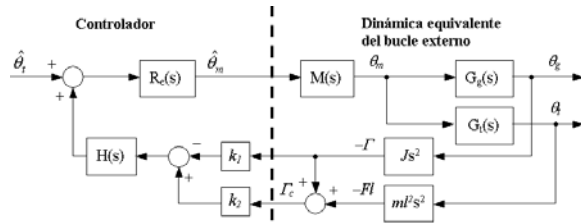


Figura 6: Control para el modelo con masa e inercia

Todos los bloques de dicho diagrama han sido definidos previamente, con excepción de k_1 y k_2 . Seleccionando adecuadamente estas ganancias podemos obtener un control equivalente al del anterior modelo. Concretamente, haciendo

$$k_1 = 1 \quad k_2 = -\frac{1}{2} \quad (21)$$

obtenemos las mismas condiciones de estabilidad que las expuestas en el apartado 3.1, pero ahora controlamos también el cabeceo de la carga, no sólo su posición.

4 SIMULACIONES

A continuación pasamos a realizar la comparativa entre ambos esquemas de control mediante los resultados de simulación obtenidos con la herramienta *SIMULINK* del programa de cálculo numérico *MATLAB*TM.

Para ello se han utilizado los parámetros que se muestran en la Tabla 1. Estos parámetros pertenecen a un robot flexible real, el cual consta de una barra hueca de aluminio que está acoplada a un conjunto motor-reductora en un extremo y a una pesa a la cual se puede permitir que rote libremente sobre su eje para evitar así que produzca algún tipo de inercia en el otro extremo. En un futuro, se pretende realizar una serie de ensayos experimentales que nos permitan validar los controles diseñados.

l (m)	0.855	J ($kg \cdot m^2$)	$4.72e-3$
m (kg)	3.21	J_m ($kg \cdot m^2$)	0.055
I (m^4)	$3.6e-9$	ν ($kg \cdot m^2/s$)	0.2203
E (N/m^2)	$66.8e-9$	α	0.0287

Tabla 1: Parámetros físicos del robot

La trayectoria que se utilizará como referencia en las simulaciones es una trayectoria polinómica de cuarto orden (orden del sistema) que permite describir un arco de π radianes en 1.5 segundos como la que se muestra en la Figura 7. La elección de esta trayectoria se debe a que con ella evitamos saturaciones en nuestra entrada de control.

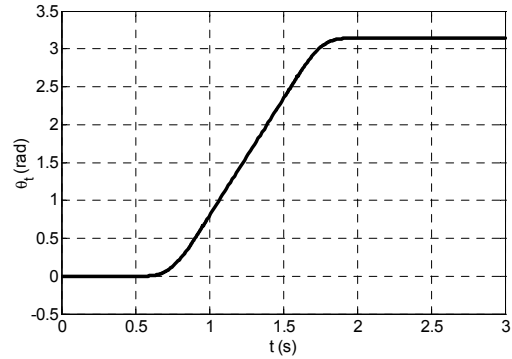


Figura 7: Trayectoria de referencia

4.1 DEGRADACIÓN DEL CONTROL CON UNA GALGA A CAUSA DE LA INERCIA

En primer lugar, la Figura 8 muestra cómo evoluciona la respuesta del sistema expuesto en la sección 3.1.1, en función del valor de la inercia. Los parámetros de estabilidad se han elegido como $\beta = 0.03$ y $\mu = 0.74$ para que no comprometan la estabilidad. Sólo se muestra el final de la trayectoria porque es donde aparecen los efectos que queremos estudiar.

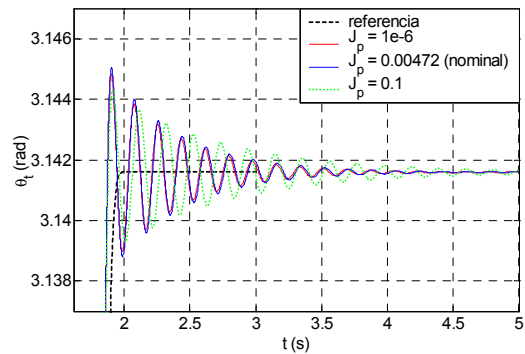


Figura 8: Posición para el control con una galga

Vemos que, por muy pequeña que hagamos la inercia en el extremo, aparece una oscilación que es intrínseca al modelo utilizado y no depende del valor de ésta. Al aumentar el valor de la inercia, la atenuación de la oscilación es menos sensible, aunque el pico de sobreoscilación inicial también es algo menor.

En la gráfica de la orientación, mostrada en la Figura 9, se observa un comportamiento exactamente igual al mencionado pero con unas oscilaciones mayores.

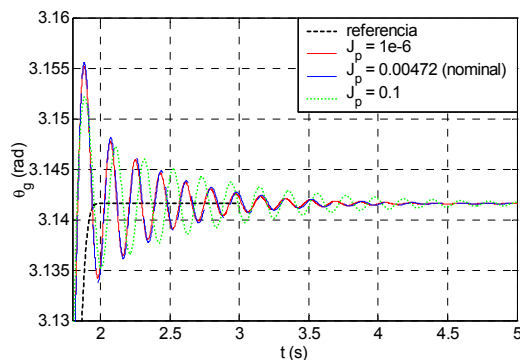


Figura 9: Orientación para el control con una galga

Un estudio detallado del control expuesto en la sección 3.2 puede consultarse en [6].

4.2 COMPARACIÓN ENTRE DISTINTOS ESQUEMAS DE CONTROL

Se analizará la respuesta cuando tenemos inercia en la carga de los esquemas de control mencionados, así como de dos reguladores clásicos PD y PID aplicados al esquema de control con una galga.

En la Figura 10 se muestra el comportamiento de los distintos controles a lo largo de toda la trayectoria. Vemos que los esquemas propuestos mantienen un muy buen seguimiento de la trayectoria para los valores nominales del robot. Para el control propuesto con una galga se han seleccionado los parámetros β y μ que se igual que en el apartado anterior, mientras que para el control con dos galgas, sus valores son $\beta = 0.03$ y $\mu = 0.95$. Por otro lado, los reguladores clásicos presentan retrasos, (regulador PID), y sobreoscilaciones, (regulador PD), bastante sensibles.

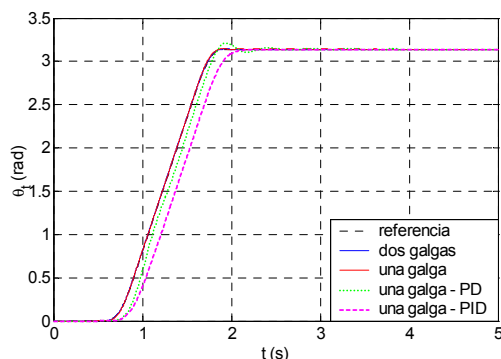


Figura 10: Seguimiento de los distintos controles

En la ampliación de la Figura 11, que se centra en la zona de más interés para el análisis del

comportamiento de los distintos esquemas, se observa con más detalle cómo los dos esquemas propuestos en este artículo tienen un comportamiento bastante bueno, especialmente el control con dos galgas, que no presenta sobreoscilación ni comportamiento oscilatorio. Esto se debe a que la inclusión de la medida del par en el extremo nos permite hacer μ más próximo a uno que con la modificación del esquema de control de una galga. Los reguladores clásicos plantean los problemas mencionados anteriormente.

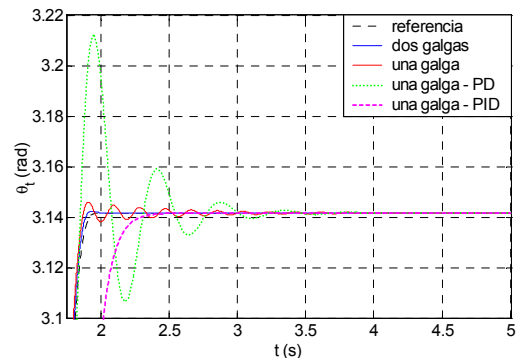


Figura 11: Comparación de la posición

Si hacemos esta misma ampliación de la respuesta de la orientación del extremo, el resultado es el que se muestra en la Figura 12, donde podemos observar que los esquemas basados en reguladores clásicos se vuelven inestables en el control de la orientación.

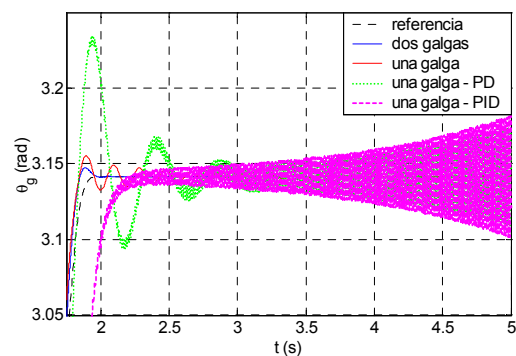


Figura 12: Comparación de la orientación (I)

Para aclarar el comportamiento de los otros dos esquemas, se han eliminado dichas curvas en la Figura 13, donde se observa que el control propuesto con dos galgas presenta una ligera sobreoscilación, y el control propuesto con una galga mantiene una cierta oscilación.

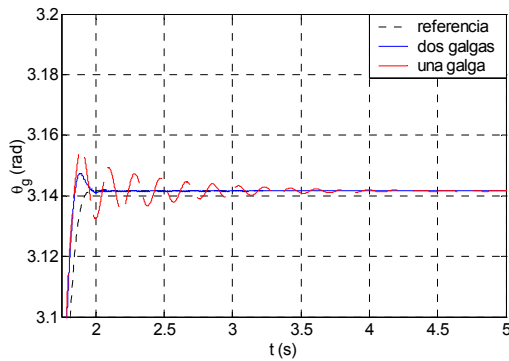


Figura 13: Comparación de la orientación (II)

5 CONCLUSIONES

En esta comunicación se han presentado dos modelos distintos de un robot flexible de un grado de libertad: el primero es un modelo de masas concentradas que considera despreciable la masa de la barra y puntual la masa del extremo; y el segundo que incluye los efectos de la aparición de una inercia en la carga. Seguidamente se han descrito dos esquemas de control robustos ante cambios de los parámetros del sistema y adaptados a cada modelo, y se ha modificado el del modelo más sencillo para incluir los efectos de la inercia.

Se han realizado una batería de simulaciones para estudiar el comportamiento de los esquemas de control y analizar cuál resulta más conveniente, a priori, para intentar aplicar en la práctica.

Estas simulaciones han demostrado que el control mediante una galga presenta oscilaciones cuando se incluye en el modelo la inercia, y dichas oscilaciones no se ven apenas modificadas si disminuimos el valor de la inercia, sino que son una característica intrínseca de la adaptación del control inicialmente diseñado sin tenerla en cuenta.

Al realizar una comparación entre los resultados de distintos esquemas de control, vemos que los reguladores clásicos no resultan adecuados para el control de la orientación de la carga. Por otro lado, se muestra que el control con dos galgas nos permite, por la elección de los parámetros del control, realizar un seguimiento mucho más ajustado de la referencia que el conseguido mediante el control con una única galga.

Agradecimientos

Los autores quieren agradecer la financiación proporcionada por la *Junta de Comunidades de Castilla-La Mancha*, bajo contrato nº GC-02-012, la

Consejería de Ciencia y Tecnología y el Fondo Social Europeo.

Referencias

- [1] Y.P. Chen, H.T. Hsu, "Regulation and vibration control of an fem-based single-link flexible arm using sliding-mode theory", *Journal of Vibration and control*, Vol. 7, Num. 5, 2001, pp 741-752.
- [2] J.J. Feliu, V. Feliu, C. Cerrada, "Load adaptive control of single-link flexible arms based on a new modeling technique", *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, Vol. 15, Num. 5, 1999, pp. 793-804.
- [3] V. Feliu, K.S. Rattan, H.B. Brown, "Control of flexible arms with friction in the joints", *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, Vol. 9, Num. 4, 1993, pp. 467-475.
- [4] V. Feliu, J.A. Somolinos, C. Cerrada, J.A. Cerrada, "A new control scheme of single-link flexible manipulators robust to payload changes", *Journal of Intelligent and Robotic Systems*, Vol 20, Num 1, 1997, pp 349-373.
- [5] Parks, T.R. and Pak, H.A. "Effect of Payload on the Dynamics of a Flexible Manipulator-Modelling for Control", *Journal of Dynamic Systems Measurement and Control*. *Transactions of the ASME*, Vol. 113, Num. 3, 1991, pp. 409-418.
- [6] F. Ramos, F.J. Castillo, J.A. Somolinos, V. Feliu, "Control of a one degree-of-freedom arm with non neglected inertia at the payload", *World Automation Congress 2004*, June-July, Seville (Spain).
- [7] T.C. Yang, J.C.S. Yang, P. Kudva, "Load adaptive control of a single-link flexible manipulator", *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, Vol. 22, Num. 1, 1992, pp. 85-91.