

# CONSIDERACIÓN DEL ESQUEMA DE MUESTREO NO CONVENCIONAL COMO PARÁMETRO DE DISEÑO PARA CONTROLADORES TIPO P-I-D

A.Cuenca, J. Salt,  
Departamento de Ingeniería de Sistemas y Automática  
Universidad Politécnica de Valencia  
Camino de Vera 14, 46022 Valencia (España)  
e-mail: {acuena, julian}@isa.upv.es

## Resumen

*Este artículo se marca como objetivo principal la posibilidad de considerar el esquema de muestreo no convencional como un parámetro más de diseño. Para ello, partiendo de un sistema de control en el que el controlador es de tipo P-I-D, la idea será tratar de hacer una valoración cualitativa de los parámetros  $k_p$ ,  $t_i$  y  $t_d$  de dicho controlador con el fin de hacer compatibles escenarios de muestreo no convencional con escenarios monofrecuenciales en los que se varíe el valor de los parámetros de partida del P-I-D. De esta manera, en un sistema de control monofrecuencia (en el que se han variado aquellos parámetros) se podrán obtener comportamientos similares a los alcanzables en uno con muestreo no convencional. Para llevar a cabo el objetivo va a ser de gran ayuda el estudio de la ubicación de los polos y ceros del sistema de control dentro del conocido Mapa de Polos y Ceros (MPC).*

**Palabras Clave:** Sistemas con Muestreo No Convencional, Controladores tipo P-I-D, Mapa de Polos y Ceros.

## 1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

El estudio presente surge a partir de la consideración de un sistema de control multifrecuencia configurado como se muestra en la figura 1. Si se observa el diagrama de bloques y muestreos que propone dicha figura queda patente que la estructura elegida para el sistema de control multifrecuencia es la llamada MRIC (MultiRate Input Control), ya que se actúa más rápido sobre el proceso de lo que se captura medida del mismo.

Más en detalle, el funcionamiento del sistema de control se describe a continuación: se dispone de un regulador  $G_R(s)$  (que va a ser de tipo P-I-D) y de un

proceso  $G_p(s)$  precedidos de sendos retenedores de orden cero (ZOH) funcionando a  $t_0$  (el más pequeño de los periodos considerados en el sistema, que coincide con el m.c.d. de todos los periodos involucrados en el mismo). Como la estructura multifrecuencia considerada es de tipo MRIC, la medida del sistema se toma cada  $T_0$  instantes de tiempo, siendo este periodo el mayor de los encontrados en el sistema (lo llamaremos metaperiodo y normalmente coincidirá con el m.c.m. de todos los periodos involucrados en dicho sistema). De la misma forma, la referencia suministrada al sistema de control estará también muestreada a  $T_0$ , con lo que la entrada de error al regulador vendrá también capturada cada  $T_0$  instantes de tiempo. Por su parte, siguiendo con la filosofía MRIC, el muestreador ubicado a la salida del regulador, o lo que es lo mismo, a la entrada del proceso es un muestreador con la capacidad de seleccionar aquellas muestras deseadas, de entre las disponibles a periodo de intermuestreo, dentro de un metaperiodo.

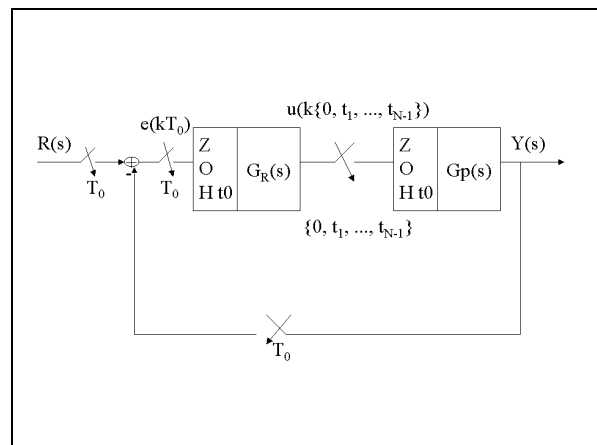


Figura 1: Diagrama de bloques y muestreos

De esta forma, como se plantea en [1], vamos a poder llevar a cabo diferentes esquemas de muestreo en el muestreador de salida del regulador (entrada al proceso) para este sistema de control, de tal forma que nos permitan extraer conclusiones acerca de cómo pueden afectar éstos en la respuesta del sistema

y en la ubicación de los polos y ceros dentro del plano Z, y por ende, tras una simple transformación, dentro del plano S.

Para poder llevar a cabo todo ello, se propone una metodología de trabajo, [2], donde primero es necesario modelar el bucle cerrado del sistema de control (apoyándose en el uso de los Operadores de Kranc, [4], en concreto en este caso, los ZOH-Kranc) y luego desarrollar un programa de simulación (donde queda implementado el sistema de control) cuya ejecución considere diversos esquemas de muestreo para el modelo obtenido. En [3] se resuelve la parte de simulación de esta metodología por medio de una aplicación de simulación interactiva llamada SysQuake, la cual facilita en gran medida el análisis de los resultados. Desarrollado todo lo anterior, el presente estudio, por su parte, se va a focalizar directamente en la intención de establecer el esquema de muestreo no convencional como un parámetro más de diseño.

## 2 ESTUDIO

### 2.1 OBTENCIÓN DE LAS REGLAS GENERALES DE SINTONÍA

En esta primera sección el objetivo es lograr empíricamente una serie de reglas generales de sintonía que permitan, variando los parámetros de partida  $k_p$ - $t_i$ - $t_d$  del controlador tipo P-I-D, asociar esquemas de muestreo monofrecuenciales a esquemas de muestreo no convencionales.

Para llevar a cabo el estudio se va a elegir el siguiente sistema de control:

- proceso:

$$G_p(s) = \left( \frac{1.5}{s^2 + 2s + 0.75} \right) \quad (1)$$

- controlador tipo P-I-D con filtro derivativo:

$$G_R(s) = 8 \cdot \left( 1 + \frac{1}{3.2s} + \frac{0.2s}{0.1s + 1} \right) \quad (2)$$

- metaperiodo y periodo de intermuestreo:

$$T_0 = 0.18 \text{ seg}; \quad t_0 = 0.015 \text{ seg} \quad (3)$$

En este estudio, al igual que en el realizado en [2], el sistema de control se modela e implementa en Matlab obteniéndose sucesivos MPC a metaperiodo  $T_0$  para cada esquema de muestreo planteado en el muestreador intermedio a regulador y proceso. Además, en aras a lograr el objetivo que se persigue se incluye una rejilla junto a los diferentes lugares de

raíces superpuestas que se obtienen. Dicha rejilla está formada por diferentes puntos que establecen la ubicación del par de polos complejos conjugados para un rango de valores de  $k_p$ ,  $t_d$  y  $t_i$  dentro del esquema monofrecuencial. Notar que el par de polos complejos conjugados que se va a analizar corresponde al par que resulta tener parte imaginaria mayor, ya que, al no haber ceros cercanos a él (cosa que sí sucede con los otros polos), parece que van a influir más sobre el comportamiento dinámico del sistema.

El análisis planteado en el MPC se puede ver de forma global en la figura 2 y de forma más detallada en la figura 3. En la primera se observan los diferentes polos y ceros de bucle cerrado (además de los polos de bucle abierto) que presenta el sistema para diferentes esquemas de muestreo, prestando mayor atención en la segunda de las figuras a uno de los polos (el de parte imaginaria positiva) del par complejo conjugado que nos interesa, el cual viene acompañado de la nube de puntos (rejilla) que intersecta ubicaciones procedentes de casos de muestreo no convencional con  $N=2$  con ubicaciones de casos monofrecuenciales en los que  $k_p$ ,  $t_d$  y  $t_i$  han variado su valor con respecto al de partida. Concretamente,  $k_p$  varía dentro del rango [5.5 - 8] con incrementos de 0.25,  $t_d$  dentro del rango [0.18 - 0.23] con incrementos de 0.01 y  $t_i$  dentro del rango [2 - 3.5] con incrementos de 0.5. Para los tres parámetros se señala tanto en la figura 2 como en la 3 el sentido que toma el incremento (positivo) de cada uno de ellos, de manera que para cada valor de  $k_p$  (aparecen 11 distintos valores) se ve cómo variaría la ubicación del polo complejo conjugado en cuestión para los diferentes valores de  $t_d$  (aparecen 6 distintos) y, a su vez, para cada valor de  $k_p$  y  $t_d$  se observa cómo varía dicho polo dependiendo del valor de  $t_i$  (aparecen 4 distintos).

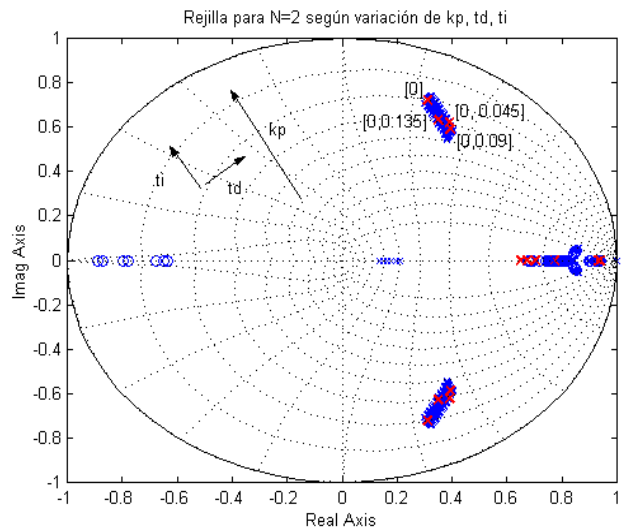


Figura 2: MPC con rejilla en visión global.

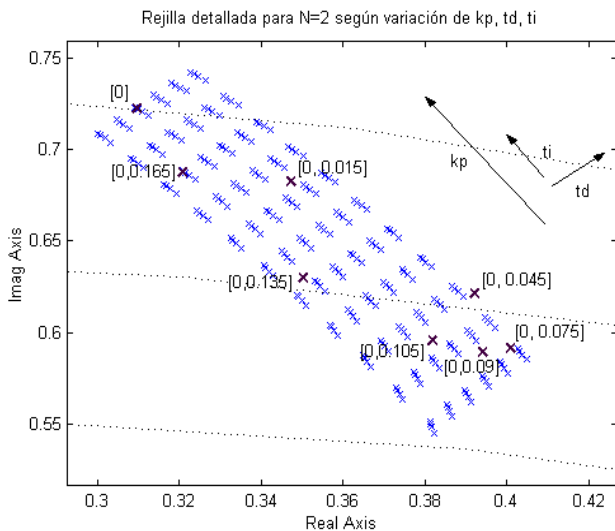


Figura 3: MPC con rejilla en visión detallada.

Por su parte, en la figura 4 se hace una transformación al plano S (como se detalla en [2]) del par de polos complejos conjugados, ya que se antoja más sencilla la obtención de conclusiones para los parámetros  $k_p$ ,  $t_d$  y  $t_i$  en este plano. En la figura 5 se detalla más dicha transformación para uno de los polos del par complejo conjugado (el de parte imaginaria positiva). A partir de dicha figura, si se pretende compatibilizar un caso monofrecuencia con un caso bifrecuencia con  $N=2$  (regular o irregular), manteniendo el esquema monofrecuencia y, por tanto, variando únicamente los parámetros  $k_p$ - $t_d$ - $t_i$  iniciales ( $k_p=8$ ,  $t_d=0.2$ ,  $t_i=3.2$ ), se pueden extraer fácilmente una serie de conclusiones a nivel cualitativo:

- se ha de reducir  $k_p$ , lo cual se puede explicar a partir de la idea de que al tener que inyectar en el caso bifrecuencia el doble de acciones de control ( $N=2$ ) sobre el proceso, la energía a suministrar al mismo se ha de repartir entre ambas acciones. Además se observa que este descenso en  $k_p$  es menos acusado conforme más cercana está la aplicación de una acción respecto de la otra, lo cual se puede explicar a partir del hecho de que en estos casos se trata de esquemas bifrecuencia más cercanos al monofrecuencial.
- se ha de aumentar  $t_d$  para los casos bifrecuencia que por norma general se encuentren dentro del primer subperiodo del metaperiodo (en el ejemplo, el subperiodo comprendido entre los instantes 0 y 0.09), mientras, por el contrario, se deberá reducir  $t_d$  para los casos que por norma general se encuentran en la situación contraria, esto es, los que se ubican dentro del segundo subperiodo del metaperiodo (en el ejemplo, el subperiodo que comienza a partir del instante

0.09 y acaba en el instante 0.165). Este hecho se puede explicar de manera empírica, ya que se ha observado que, por norma general, para un esquema bifrecuencia irregular con  $N=2$ , si el muestreo intermedio está dentro del primer subperiodo,  $k_p$  tiende a reducirse más que para el esquema de muestreo complementario (en el que se tiene el muestreo intermedio en el segundo subperiodo, guardando la misma distancia respecto al final del metaperiodo que tiene el otro caso respecto al inicio del metaperiodo), entonces, como ambos casos suelen ofrecer una respuesta parecida (aunque no idéntica), la manera de compensar esa diferencia a nivel de ganancia ( $k_p$ ) es aumentar  $t_d$  en un caso y reducirlo en el otro; así se puede conseguir finalmente un coeficiente de amortiguamiento (sobreooscilación máxima) similar (como se puede ver en las figuras 3 y 5).

- se ha de manejar  $t_i$  para ajustar finalmente la respuesta del sistema; de manera empírica no se deduce ninguna regla de sintonía clara, ya que, como  $k_p$  y  $t_i$  varían en el mismo sentido, dependiendo del valor que se coja para  $k_p$  se deberá aumentar o reducir el valor de  $t_i$ . Además, se observa que una variación relativamente grande en dicha acción (incrementos de 0.5 unidades de tiempo para el ejemplo) no representa modificaciones grandes en la ubicación del par complejo conjugado, mientras que con la variación de  $k_p$  y  $t_d$  dicho polo puede ser desplazado en mayor medida a lo largo del MPC. Por ello se piensa que esta acción sirve para el ajuste fino de la respuesta del sistema.

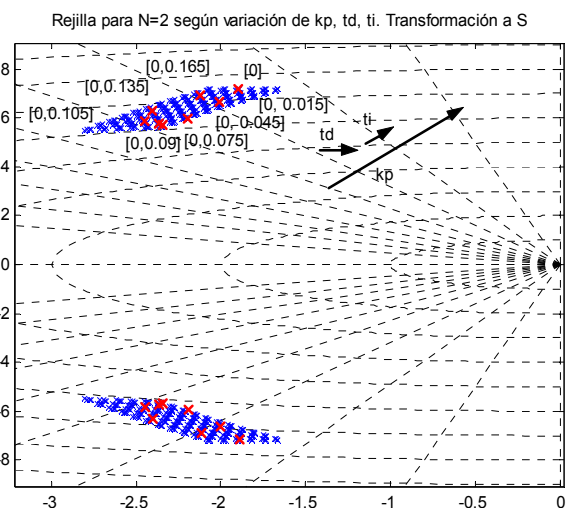


Figura 4: MPC con rejilla en S en visión global.

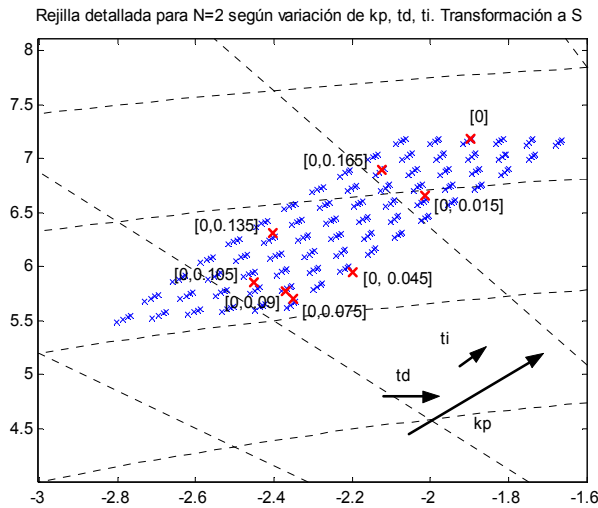


Figura 5: MPC con rejilla en S en visión detallada.

## 2.2 CONSIDERACIONES POSTERIORES ACERCA DE LA UBICACIÓN DEL RESTO DE POLOS Y CEROS

Una vez deducidas empíricamente las reglas generales de sintonía que se han de seguir en el controlador tipo P-I-D para hacer compatibles escenarios monofrecuenciales con otros bifrecuenciales (en este caso con  $N=2$ ), las cuales permiten, por tanto, establecer el esquema de muestreo como un parámetro alternativo al diseño de dichos controladores tipo P-I-D, es necesario reseñar cierto aspecto interesante que va a hacer que algunos escenarios monofrecuenciales no se ajusten exactamente a su bifrecuencial asociado. La razón estriba en el hecho de que, además del par complejo conjugado que se ha estado analizando, hay otros polos y ceros de bucle cerrado en el sistema de control que repercuten en el comportamiento final del mismo, de manera que si la ubicación de éstos difiere mucho entre el caso monofrecuencial y el bifrecuencial asociado, la respuesta puede variar en cierta medida.

Así, volviendo al caso estudiado, si se analiza un primer escenario a nivel de MPC (figura 6) de manera que se escoge el caso bifrecuencia dado por el patrón de muestreo  $[0, 0.165]$  (representado en la figura 6 con aspas y círculos pequeños) y se compara con el caso monofrecuencia en el que  $k_p=7.5$ ,  $t_i=3.25$  y  $t_d=0.19$  (como se puede deducir, por ejemplo, de las figuras 3 y 5; representado en la 6 con aspas y círculos grandes) se puede ver que el par complejo conjugado de parte imaginaria mayor (el que se ha estudiado) coincide exactamente para ambos casos, al igual que en cierta medida los ceros y polos restantes, excepto una pequeña diferencia existente en el cero que aparece en la parte negativa. Gracias a esta

bondad en la aproximación de un caso al otro, la respuesta del sistema de control para ambos es prácticamente idéntica (figura 7). En la figura 8 se muestran las acciones de control a suministrar al proceso en ambos casos, observándose que, pese a que en el caso bifrecuencia aparecen picos a final de cada metaperiodo (dado que se actúa en el instante 0.165 de cada uno de ellos), el discurrir general de ambas señales es similar, lo que hace posible que las respuestas también lo sean.

Sin embargo, si ahora se analiza un segundo escenario de manera que se escoge el esquema de muestreo bifrecuencia  $[0, 0.075]$  y se compara con el monofrecuencia asociado, esto es, con el que resulta de fijar  $k_p=5.5$ ,  $t_i=3.5$ ,  $t_d=0.23$  (como se puede deducir, por ejemplo, de las figuras 3 y 5), el MPC que se presenta en la figura 9 (en el que se simboliza nuevamente con aspas y círculos pequeños el caso bifrecuencia, y con aspas y círculos grandes el caso monofrecuencia) muestra que, aunque tanto el par complejo conjugado estudiado como uno de los pares polo-cero de la parte positiva del plano quedan bastante ajustados (al igual que anteriormente), sin embargo el otro par polo-cero positivo difiere en cierta medida en ambos casos, al igual que el cero negativo. Estas desviaciones de un caso con el otro hacen que la respuesta del sistema de control varíe para ambos, como se muestra en la figura 10. En ella se percibe, sobre todo, una diferencia clara a nivel de sobreoscilación máxima. Esto también se observa a nivel de acciones de control en la figura 11, donde ahora, la primera acción es muy distinta para ambos casos, al igual que las inmediatamente siguientes. Concretamente se observa que las del caso bifrecuencia son más enérgicas en el transitorio, influyendo, por tanto, en ese mayor nivel de sobreoscilación en la respuesta del sistema.

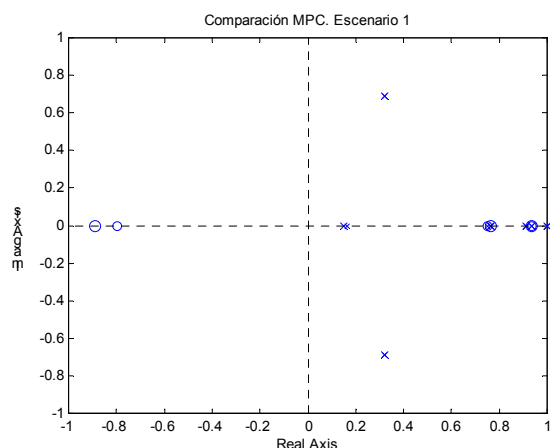


Figura 6: Comparativa MPC casos monofrecuencia variado y bifrecuencia (escenario 1).

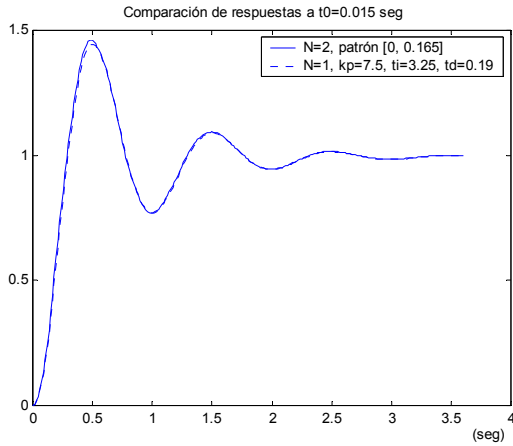


Figura 7: Comparativa respuestas casos monofrec. variado y bifrecuencia (escenario 1).

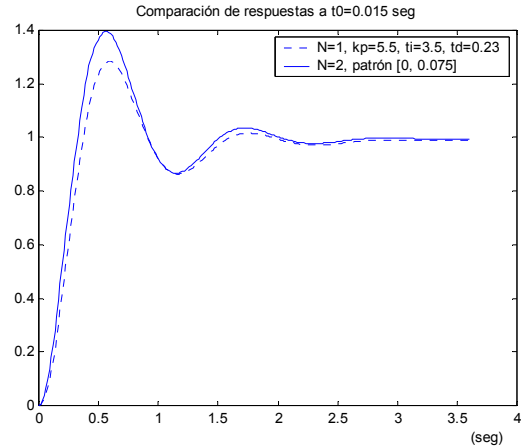


Figura 10: Comparativa respuestas casos monofrec. variado y bifrecuencia (escenario 2).

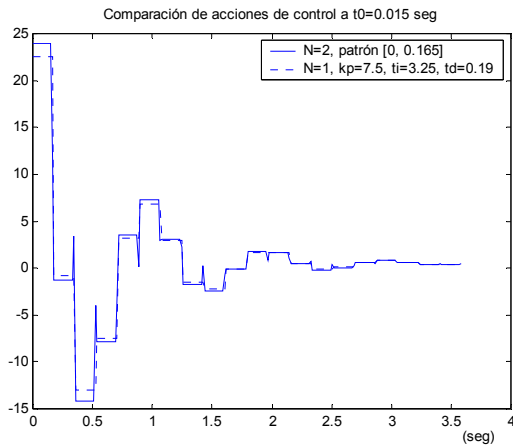


Figura 8: Comparativa acc. control casos monofrec. variado y bifrecuencia (escenario 1).

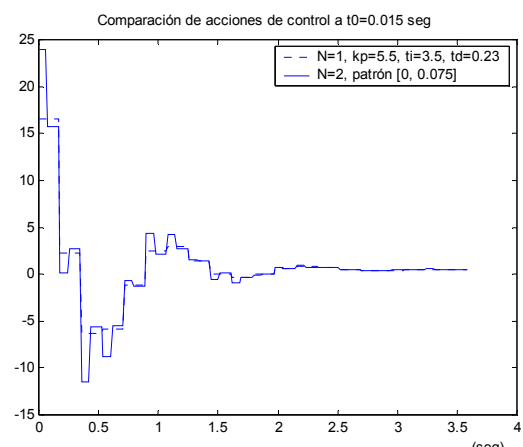


Figura 11: Comparativa acc. control casos monofrec. variado y bifrecuencia (escenario 2).

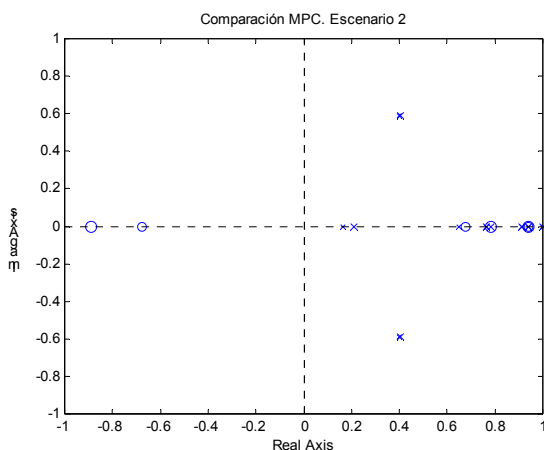


Figura 9: Comparativa MPC casos monofrecuencia variado y bifrecuencia (escenario 2).

### 3 CONCLUSIONES

En el presente artículo se analiza la posibilidad de considerar el esquema de muestreo como un parámetro más de diseño para los controladores tipo P-I-D. Para ello, se tienen en cuenta la ubicación de aquellos polos de bucle cerrado del sistema de control que se antoja que tienen mayor influencia en la respuesta global del sistema.

Tras establecer empíricamente una serie de reglas de sintonía para el controlador, el estudio muestra que es posible compatibilizar escenarios de muestreo no convencional con escenarios monofrecuenciales en los que se ha variado los parámetros de partida del P-I-D. No obstante, en casos puntuales se observa la influencia de los polos y ceros restantes del sistema de control, los cuales hacen surgir ciertas diferencias entre las respuestas bifrecuenciales y monofrecuenciales con parámetros  $k_p$ - $t_d$ - $t_i$  modificados. Por tanto, es

aconsejable analizar la ubicación de dichos polos y ceros de bucle cerrado del sistema de control para finalmente poder compatibilizar de manera exitosa escenarios de muestreo no convencional con escenarios monofrecuenciales.

Por último notar que el estudio se ha hecho para un caso concreto, pero que, no obstante, se invita a comprobar que las conclusiones del mismo se pueden generalizar para otros ejemplos.

## Referencias

- [1] Salt, J., (1992) “Control de Procesos Industriales con Muestreo No-convencional”. Tesis Doctoral Dpto. de Ingeniería de Sistemas y Automática Universidad Politécnica de Valencia.
- [2] Salt, J., Cuenca, A. (2001) “Análisis de la Respuesta Temporal de un Sistema con Muestreo No-Convencional basado en el Lugar de Raíces”. *Actas de las XXII Jornadas de Automática*. Barcelona.
- [3] Salt, J., Albertos, P., Dormido, S., Cuenca, A. (2003) “An Interactive Simulation Tool for the Study of Multirate Sampled Data Systems”. *Proceedings of Advances On Control Education, ACE'2003*, pp. 45-50. Helsinki (Finlandia).
- [4] Thompson, P.M., (1986) “Gain and phase margins of multirate sampled-data feedback systems.” *Int. J. Control*, Vol 44, No. 3, pp. 833-846.