

DISEÑO Y SIMULACIÓN DE UN FILTRO KALMAN PARA UN ROBOT MÓVIL

Begoña Fernando Aguado, Janelcy Alferes Castaño
CARTIF Parque tecnológico de Boecillo, begonlier@inicia.es, janalf@cartif.es

Eduardo Zalama Casanova, Jaime Gómez García-Bermejo
ETSII Paseo del Cauce, Valladolid, eduzal@eis.uva.es, jaigom@eis.uva.es

Resumen

En este paper se analizan los resultados de implementar un filtro de Kalman Extendido en un Robot Móvil. La plataforma móvil presenta una configuración diferencial, donde cada rueda de tracción lleva asociado un encóder óptico incremental. El filtro de Kalman será utilizado para integrar las medidas de un sistema odométrico novedoso basado en ratones ópticos y las medidas de un sistema de localización basado en un mapa de balizas [3],[4]. Para validar los resultados se han realizado dos tipos de simulaciones diferentes, bien usando el sistema odométrico basado en ratones ópticos utilizando el sistema odométrico convencional basado en los encoders de las ruedas [2],[1], con la finalidad de comparar y evaluar los errores cometidos por cada sistema.

Palabras Clave: filtro extendido de Kalman, localización, odometría, ratones ópticos.

1 INTRODUCCIÓN

La estimación de la localización de un robot móvil autónomo, posición y orientación en cada instante de tiempo, constituye uno de los requerimientos esenciales para su navegación.

Tradicionalmente, los robots móviles se localizan usando métodos incrementales, tales como la odometría. Su principal inconveniente radica en la acumulación de errores a lo largo de la trayectoria, siendo preciso desarrollar sistemas de corrección, que actúen de forma periódica en determinados puntos del camino. Estos métodos de corrección pueden consistir en la utilización de sistemas de localización que se integran junto con la odometría incremental.

El proceso de localización de un robot móvil a través de un sistema de balizas, precisa del previo conocimiento de las posiciones en las que se encuentran los emisores dentro del mapa. La integración del sistema de localización y del sistema

de odometría se ha realizado, en el presente trabajo, a través del filtro de Kalman extendido [3][4][5], que al tratarse de un método recursivo, permite obtener una estimación de mínima varianza del estado partiendo de observaciones imprecisas.

A continuación se describe la plataforma de ensayo sobre la que se pretende implantar el filtro, así como los sistemas de odometría y localización empleados en la simulación. Seguidamente, se presenta el filtro extendido de Kalman general, para luego adaptar las ecuaciones a las características de la plataforma móvil y a los datos de odometría y localización proporcionados por los correspondientes sistemas.

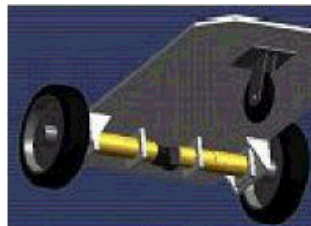
2 DESCRIPCIÓN DE LA PLATAFORMA DE ENSAYO

La plataforma sobre la que se han realizado las pruebas y la simulación presenta una disposición diferencial. Su sistema de locomoción está formado por ruedas diametralmente opuestas situadas en un eje perpendicular a la dirección del robot. Cada una de las ruedas traseras llevan incorporado un motor, de forma que los giros se realizan dándoles diferentes velocidades a cada una de las ruedas. Para mantener el sistema horizontal y evitar cabeceos se utiliza una rueda loca delantera. La estructura del sistema de locomoción es la que aparece en la Figura 1. La alimentación de los motores se realiza a través de dos baterías de 12V.

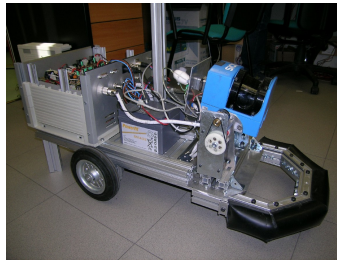
Acoplados a los motores de las ruedas hay dos encoders, que podrían utilizarse para implementar el sistema odométrico, no obstante la información odométrica es proporcionada por otro sistema menos convencional que utiliza dos ratones ópticos que miden los incrementos de los desplazamientos que experimenta el robot.

La localización del robot móvil se hace a través de un conjunto de balizas situadas a lo largo del entorno del robot, y un sistema de decodificación de balizas que va incorporado en la misma plataforma.

En siguientes apartados, se describirán detalladamente cada uno de estos sistemas.



a)



b)

Figura 1: Plataforma Móvil. a) Estructura diferencial.
b) Sistema Real

2.1 SISTEMA ODOMÉTRICO

Un ratón óptico permite conocer los incrementos de posición que sufre, relativos a unos ejes asociados al ratón y que coinciden con su eje longitudinal y transversal (q y r respectivamente en Figura 2). El sistema odométrico está formado por dos ratones ópticos que calcularán los incrementos de posición de la plataforma referidos a un sistema de referencia fijo (ejes x e y). Pero al ser un sistema incremental la acumulación de errores a lo largo del movimiento puede producir un error considerable a la hora de estimar la posición global de la plataforma. En la Figura 2 se puede ver un esquema en que se representan los incrementos medidos por cada ratón al cambiar de posición.

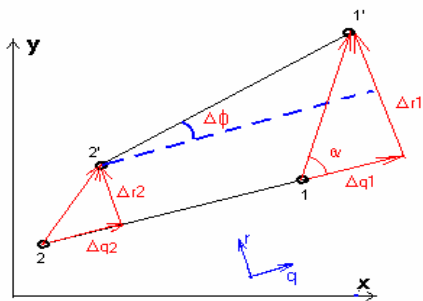


Figura 2: Sistema Odométrico. Medición de los Incrementos

En la plataforma la posición del ratón 1 coincide con la posición del sistema de localización, por ello, nos interesa conocer la posición del punto 1 en el sistema de referencia global dada por el sistema de odometría. Esta posición se calcula mediante la integración de las distintas medidas que va realizando el ratón colocado en ese punto. De este modo la posición respecto a un sistema de referencia global se calcula con las ecuaciones (1), (2) y (3):

$$x_1' = x_1 + (\sqrt{\Delta r_1^2 + \Delta q_1^2}) \cos(\phi_k + \arctg(\frac{\Delta r_1}{\Delta q_1})) \quad (1)$$

$$y_1' = y_1 + (\sqrt{\Delta r_1^2 + \Delta q_1^2}) \text{sen}(\phi_k + \arctg(\frac{\Delta r_1}{\Delta q_1})) \quad (2)$$

La orientación del robot será:

$$\Delta\phi = \arcsen(\frac{\Delta r_1 - \Delta r_2}{L}) \quad (3)$$

2.2 SISTEMA DE LOCALIZACIÓN

El sistema de localización está formado por una serie de balizas que están distribuidas por todo el entorno en el que se mueve el robot, siendo conocida la posición de cada una de ellas [2]. Las balizas al ser excitadas por un láser giratorio (situado en el robot) emiten un código que es conocido por el decodificador. Al recibir el código de la baliza, el decodificador calcula el ángulo con el que se ve dicha baliza y envía toda esta información por puerto serie al PC junto con el instante en el que se ha realizado la medida.

Al recibir esta información el PC busca en el historial de balizas recibidas las dos balizas más próximas a más menos 90 grados del ángulo de la baliza recibida (balizas 2 y 3 en Figura 3) y son estas balizas las que se utilizan para triangular, de forma que se obtiene la posición de la plataforma respecto al sistema global. Un esquema que resume el proceso de triangulación aparece en la Figura 3.

La forma de obtener la posición del robot es mediante triangulación, cuando se recibe una baliza se conoce el ángulo con que se ve dicha baliza desde el robot (Figura 3a), y se utiliza el historial de balizas recibidas para encontrar la baliza más próxima a uno de los ángulos ortogonales al recibido. La diferencia angular con la que se ven ambas balizas define un arco capaz sobre el que debe estar la posición real del robot (Figura 3b). Repitiendo el mismo proceso con el otro ángulo ortogonal se encuentra otro arco capaz (Figura 3c). La intersección de ambos definen dos puntos uno de los cuales es la posición del robot y el otro es la posición de la nueva baliza recibida (Figura 3d).

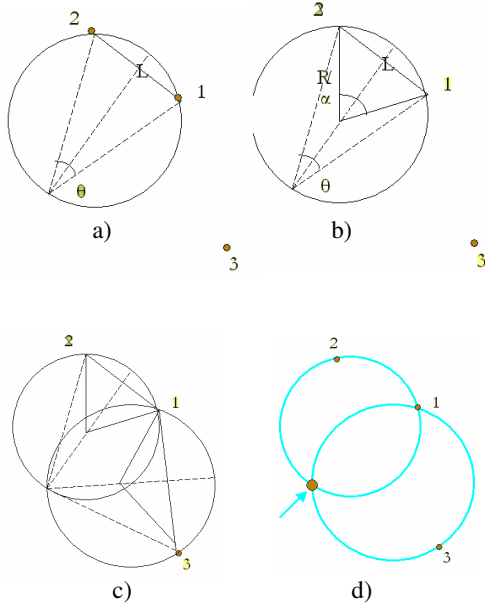


Figura 3: Cálculos del sistema de localización

Una vez obtenidas las medidas del sistema de localización y el de odometría deben ser integradas a través del filtro extendido de Kalman, cuya formulación se describe en el siguiente apartado.

3 FILTRO EXTENDIDO DE KALMAN

El filtro extendido de Kalman discreto [2] se usa para unir las medidas de posición del sistema odométrico y el de localización. A continuación se estudian las ecuaciones generales del filtro extendido de Kalman que después se particularizarán a la plataforma móvil con la que se ha trabajado.

En general se parte de un sistema no lineal que responde a la ecuación (4) y un sistema de medida según la ecuación (5), donde x_k y z_k representan en vector de estado y la medida de ese vector en el instante k , $f(\cdot)$ y $h(\cdot)$ son funciones no lineales que modelan el funcionamiento del sistema real y del sistema de medida, u_k es la entrada del sistema, w_{k-1} representa el error del sistema, y_{k-1} la perturbación de entrada y v_{k-1} el ruido de medida:

$$x_k = f(x_{k-1}, u_k, w_{k-1}, \gamma_{k-1}) \quad (4)$$

$$z_k = h(x_k, v_{k-1}) \quad (5)$$

Eliminando el ruido de las ecuaciones anteriores y representándolos en términos de su probabilidad, el estado y la medida del sistema de localización estimados se obtienen como (6) y (7):

$$\hat{x}_k = f(x_{k-1}, u_k, 0, 0) \quad (6)$$

$$\hat{z}_k = h(x_k, 0) \quad (7)$$

El error del sistema, la perturbación de entrada y el ruido de medida se asumen que tienen una distribución gaussiana con media cero y matriz de covarianzas Q , Γ y R respectivamente, por tanto su distribución de probabilidad vendrá dada por la distribución normal [2]:

$$p(w) = N(0, Q) \quad (8)$$

$$p(\gamma) = N(0, \Gamma) \quad (9)$$

$$p(v) = N(0, R) \quad (10)$$

El filtro extendido de Kalman predice el siguiente estado del sistema \hat{x}_k^- basándose en la información disponible del modelo $f(\cdot)$ y la matriz de covarianzas esperada P_k^- . Para hacer esta estimación se usan las ecuaciones de propagación (11) y (12):

$$\hat{x}_k = f(x_{k-1}, u_k, 0, 0) \quad (11)$$

$$P_k^- = A_k P_{k-1} A_k^T + B_k \Gamma_{k-1} B_k^T + Q_{k-1} \quad (12)$$

Una vez que se tiene disponibles las medidas z_k se puede pasar a la etapa de actualización y calcular la matriz de ganancias del filtro de Kalman K_k (13).

Se puede incorporar la medida al estado estimado \hat{x}_k , además se actualiza el valor de la matriz de covarianzas (15) según las siguientes ecuaciones:

$$K_k = P_k^- H_k^T (H_k P_k^- H_k^T + R_{k-1})^{-1} \quad (13)$$

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K_k (z_k - h(\hat{x}_k^-, 0)) \quad (14)$$

$$P_k = (I - K_k H_k) P_k^- \quad (15)$$

Las matrices A , B y H se calculan como jacobianos de la función del sistema y de la función de medidas, es decir:

$$A_{[i,j]} = \frac{\partial f_{[i]}}{\partial x_{[j]}}(\hat{x}_k^-, u_k, 0) \quad (16)$$

$$B_{[i,j]} = \frac{\partial f_{[i]}}{\partial u_{[j]}}(\hat{x}_k^-, u_k, 0) \quad (17)$$

$$H_{[i,j]} = \frac{\partial h_{[i]}}{\partial x_{[j]}}(\hat{x}_k^-, 0) \quad (18)$$

Estas son las ecuaciones del filtro de Kalman que se van a aplicar para calcular la posición de un robot móvil que incorpora equipos de medida de odometría y localización. El sistema de odometría nos da los incrementos en la posición del punto central del móvil respecto de unos ejes de referencia fijos. Estos incrementos se tomarán como entradas directas al sistema, es decir, las ecuaciones de la planta a estudiar son:

$$f_x = x_{k+1} = x_k + \Delta D \cos(\phi_k + \alpha) \quad (19)$$

$$f_y = y_{k+1} = y_k + \Delta D \text{sen}(\phi_k + \alpha) \quad (20)$$

$$f_\phi = \phi_{k+1} = \phi_k + \Delta \phi_k \quad (21)$$

donde:

$$\Delta D = \sqrt{\Delta r_1^2 + \Delta q_1^2} \quad \text{y} \quad \alpha = \text{arctg} \frac{\Delta q_1}{\Delta r_1} \quad (22)$$

Las matrices A y B se calculan como las matrices jacobianas resultantes de la linealización del sistema (23) y (24).

$$A_k = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_x}{\partial x_k} & \frac{\partial f_x}{\partial y_k} & \frac{\partial f_x}{\partial \Phi_k} \\ \frac{\partial f_y}{\partial x_k} & \frac{\partial f_y}{\partial y_k} & \frac{\partial f_y}{\partial \Phi_k} \\ \frac{\partial f_\phi}{\partial x_k} & \frac{\partial f_\phi}{\partial y_k} & \frac{\partial f_\phi}{\partial \Phi_k} \end{bmatrix}_{x_k} \quad (23)$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\Delta D \sin(\phi_k + \alpha) \\ 0 & 1 & \Delta D \cos(\phi_k + \alpha) \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{x_k}$$

$$B_k = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_x}{\partial \Delta r_{1k}} & \frac{\partial f_x}{\partial \Delta q_{1k}} & \frac{\partial f_x}{\partial \Delta q_{2k}} \\ \frac{\partial f_y}{\partial \Delta r_{1k}} & \frac{\partial f_y}{\partial \Delta q_{1k}} & \frac{\partial f_y}{\partial \Delta q_{2k}} \\ \frac{\partial f_\phi}{\partial \Delta r_{1k}} & \frac{\partial f_\phi}{\partial \Delta q_{1k}} & \frac{\partial f_\phi}{\partial \Delta q_{2k}} \end{bmatrix}_{x_k} \quad (24)$$

$$B(1,1)_k = \frac{1}{D} \Delta r_{1k} \cos(\phi_k + \alpha) - D \text{sen}(\phi_k + \alpha) \frac{1}{\Delta q_1 (1 + \frac{\Delta r_1^2}{\Delta q_1^2})}$$

$$B(1,2)_k = \frac{1}{D} \Delta q_{1k} \cos(\phi_k + \alpha) + D \text{sen}(\phi_k + \alpha) \frac{\Delta r_1}{\Delta q_1^2 (1 + \frac{\Delta r_1^2}{\Delta q_1^2})}$$

$$B(2,1)_k = \frac{1}{D} \Delta r_{1k} \text{sen}(\phi_k + \alpha) + D \cos(\phi_k + \alpha) \frac{1}{\Delta q_1 (1 + \frac{\Delta r_1^2}{\Delta q_1^2})}$$

$$B(2,2)_k = \frac{1}{D} \Delta q_{1k} \text{sen}(\phi_k + \alpha) - D \cos(\phi_k + \alpha) \frac{\Delta r_1}{\Delta q_1^2 (1 + \frac{\Delta r_1^2}{\Delta q_1^2})}$$

$$B(1,3)_k = 0 \quad B(2,3)_k = 0 \quad B(3,1)_k = 0$$

$$B(3,2)_k = \frac{1}{L} \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{\Delta r_1 - \Delta r_2}{L}\right)^2}}$$

$$B(3,3)_k = -\frac{1}{L} \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{\Delta r_1 - \Delta r_2}{L}\right)^2}}$$

El sistema de localización se considera como una caja negra que suponemos mide directamente la posición del robot y su orientación. Por tanto la medida del sistema de localización vendrá dada por estas tres ecuaciones (25), (26) y (27):

$$h_x = x \quad (25)$$

$$h_y = y \quad (26)$$

$$h_\phi = \phi \quad (27)$$

El jacobiano de este sistema de ecuaciones define la matriz H:

$$H_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (28)$$

3.1 SIMULACIÓN DEL FILTRO EXTENDIDO DE KALMAN

Después de obtener las expresiones matemáticas de todas las ecuaciones que intervienen en el filtro se pasa a la siguiente etapa del diseño del filtro extendido de Kalman. Esta nueva etapa consiste en la simulación del filtro de acuerdo a unas condiciones de funcionamiento similares a las que se va a encontrar el sistema real. La etapa de simulación debe ser previa a la implantación en el sistema real para depurar y ajustar los posibles problemas que presente el filtro.

Para simular el móvil es necesario definir una serie de características, como son:

- Se supone un error en el sistema de localización en posición máximo de 5 cm.
- El error máximo del sistema de localización en orientación es de 1.8° .
- El error del sistema odométrico es máximo 3 mm.
- Se supone que se tienen 5 medidas del sistema odométrico antes de tener una medida del sistema de localización.

A partir de estas suposiciones se realiza la simulación. De los resultados se desprende que el filtro es capaz de ajustar la posición del robot (Figura 4) cometiendo un error pequeño a partir de los datos de odometría y de localización.

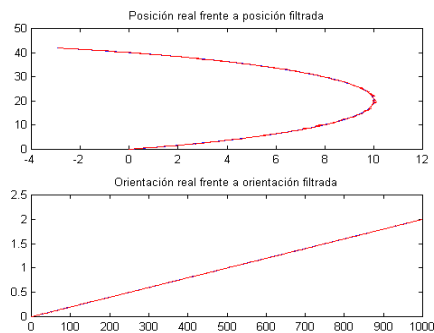


Figura 4: Posición y orientación (rojo) del robot frente a la orientación y posición real (azul).

En la gráfica anterior se ve como coinciden prácticamente la posición del robot calculada a través del filtro extendido de Kalman con la posición real del robot. Para apreciar mejor el error cometido por el filtro se presenta la siguiente figura (Figura 5) en la que se puede ver que el error que se comete en medida de posición es como máximo de unos 15 cm., y como media el error en valor absoluto es de unos 3.64 cm. en x y 4.26 cm. en y . El error en posición

ronda los 0.50° siendo la media del valor absoluto del error de 0.127° .

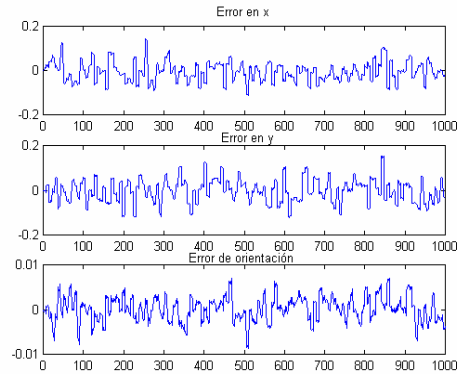


Figura 5: Errores cometidos por el filtro extendido de Kalman

Estos errores deben verse desde el punto de vista de los errores del sistema de localización (Figura 6) ronda los 20 cm. y la media de su valor absoluto es de 8.22 cm. en x , 13.2 cm. en y y de 0.376° en orientación.

Comparando estos datos con los errores que comete el filtro, se puede ver como disminuye el error que comete la localización al integrar sus medidas con las del sistema odométrico. Los datos de odometría se utilizan para calcular la posición en los instantes en los que el sistema de balizas no proporciona medida. Una vez se obtiene una medida de localización, se corrige la posición odométrica eliminando la acumulación de error propia de la integración de desplazamientos.

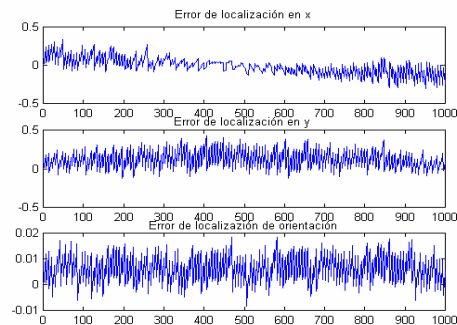


Figura 6: Errores del sistema de localización

Para poder analizar el interés del sistema de posicionamiento en su conjunto se va a comparar el filtro con otro sistema de localización que utilice una odometría tradicional, es decir, basada en encoders colocados en las ruedas. En este caso las ecuaciones del movimiento del sistema cambian ligeramente [2][1] respecto a las ecuaciones (19), (20) y (21):

$$x_{k+1}' = x_k + (\Delta D) \cos(\phi_k + \Delta\phi) \quad (29)$$

$$y_{k+1}' = y_k + (\Delta D) \text{sen}(\phi_k + \Delta\phi) \quad (30)$$

$$\Delta\phi_{k+1} = \phi_k + \Delta\phi \quad (31)$$

Con $\Delta D = \frac{\Delta wr + \Delta wl}{2}$ y $\Delta\phi = \frac{\Delta wr - \Delta wl}{l}$

Donde Δwr e Δwl es el desplazamiento de la rueda derecha y la rueda izquierda respectivamente y l es la separación entre las ruedas motrices.

Simulando este nuevo sistema se obtiene la figura:

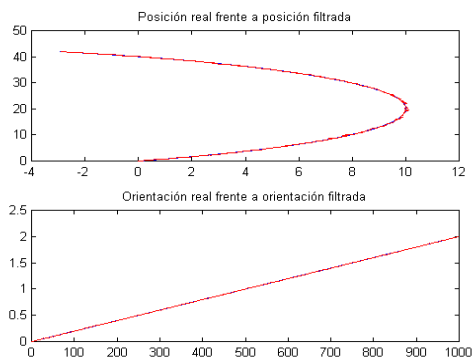


Figura 7: Posición y orientación del robot calculada con filtro de Kalman y usando encoders (rojo) frente a posición y orientación real (azul)

Para comparar realmente estos resultados se comparan los errores cometidos con ambos métodos de odometría (Figura 8). El error medio en x es de 19.15 cm., en y de 15.36 cm. y en orientación 1° .

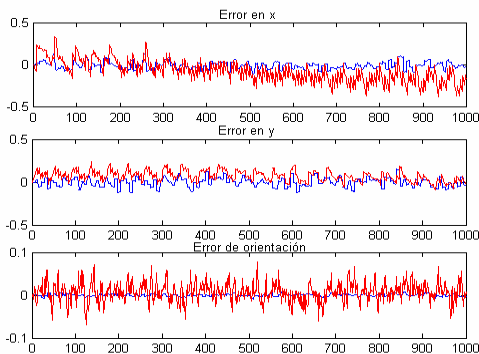


Figura 8: Errores del sistema con odometría tradicional (azul) frente a los errores cometidos por el sistema con odometría implementada a través de ratones ópticos.

Como resultado de esta comparación se llega a la conclusión de que el sistema odométrico implementado con dos ratones ópticos conduce a errores de posición menores que el que usa una odometría tradicional basada en encoders.

4 CONCLUSIONES

En este artículo se han presentado los resultados de las simulaciones realizadas sobre el movimiento de una plataforma real que integra un sistema odométrico basado en el uso de ratones ópticos. La localización del sistema se realiza a través de la integración con el filtro extendido de Kalman de las medidas localización y odometría. Al simular el sistema se obtienen resultados que reflejan que el error cometido por el sistema de localización está dentro de unos márgenes admisibles. La media del valor absoluto del error es de 8.22 cm. en x , 13.2 cm. en y de 0.376° en orientación. Estos errores, además de estar dentro de los márgenes admisibles, son menores que los que cometen los sistemas de odometría o de localización por separado.

Para validar estos resultados se comparan con los resultados obtenidos con los de otro sistema idéntico que funciona en paralelo, pero que integra un sistema de odometría tradicional formado por encoders asociados a las ruedas. En este caso el error medio en x es de 19.15 cm., en y de 15.36 cm. y en orientación 1° . Estos errores son mayores que los que se producían con el nuevo sistema odométrico, por lo cual parece lógico pensar que la implementación del filtro en el sistema real produzca mejores resultados que la simple utilización de odometría o la localización por separado. Por otro lado, el nuevo sistema odométrico basado en el uso de ratones presenta menores errores que el sistema de odometría tradicional basada en encoders.

Referencias

- [1] Atkeson, Chris. An extended Kalman filter for a mobile robot. 2004.
- [2] Kiriy, Evgeni y Buehler, Martin. Three-state Extended Kalman Filter for Mobile Robot Localization. Abril 2002.
- [3] Kleeman, Lindsay. Understanding and Applying Kalman Filtering. Agosto 2002.
- [4] Negenborn, Rudy. Robot Localization and Kalman Filters. Septiembre 2003.
- [5] Puneet, Goel. Robust Localization Using Relative and Absolute Position Estimates. Octubre 2000.