

# Modelado de una planta diseñada para ilustrar el principio del modelo interno

Enric Xargay, Ramon Costa Castelló  
Institut d'Organització i Control de Sistemes Industrials (IOC)  
Universitat Politècnica de Catalunya (UPC)  
Av.Diagonal 647,11  
08028-Barcelona  
enricx@menta.net,ramon.costa@upc.es

## Resumen

*En este trabajo se presenta el modelado y la simulación mediante leyes físicas de una planta diseñada con la finalidad de ilustrar el principio del modelo interno y servir como plataforma de experimentación de controladores diseñados en el campo frecuencial.*

*El trabajo incluye la deducción de las ecuaciones de comportamiento, la descripción de una aplicación interactiva basada en Easy JAVA Simulations que permite analizar el comportamiento de la planta en diferentes configuraciones y el diseño de un controlador repetitivo para la planta en cuestión.*

**Palabras clave:** perturbaciones periódicas, principio del modelo interno, control repetitivo, plantas docentes.

## 1. Introducción

En los estudios de ingeniería y en particular en el área de control, la realización de prácticas que ilustren los conceptos teóricos es de vital importancia para que el estudiante asimile de forma adecuada los diferentes conceptos. Una cuestión de gran importancia es buscar el experimento que mejor ilustra cada uno de los conceptos. Dentro del ámbito del control clásico dos conceptos de gran relevancia son la precisión y la respuesta frecuencial.

Uno de los conceptos clave relacionados con la precisión es el principio del modelo interno (IMP) [4]. Éste afirma que para conseguir, en régimen permanente, un error de seguimiento nulo es necesario y suficiente que el sistema generador de la señal de referencia (o de perturbación, en su caso) sea incluido en el lazo de control. Este principio se traduce en el campo frecuencial en la introducción

de una elevada ganancia en las componentes frecuenciales relacionadas con la señal que se pretende seguir/rechazar.

La teoría de control clásica utiliza de forma implícita este concepto al introducir el concepto de tipo [8]. El concepto de tipo es únicamente aplicable en señales cuyo generador presenta la forma  $\frac{1}{s^n}$  en el dominio transformado. Aunque estas señales incluyen señales de gran relevancia dentro de la teoría clásica de control como pueden ser los escalones, las rampas y las parábolas [11], en la práctica, muchos sistemas de la vida real están relacionados con el seguimiento/rechazo de señales periódicas.

Aunque la gran mayoría de plantas didácticas existentes en el mercado permite ilustrar el concepto de tipo, mediante la introducción de referencias y perturbaciones constantes de diferentes naturalezas; son difícilmente aplicables para ilustrar otras aplicaciones del IMP, como el seguimiento/rechazo de señales periódicas. En este trabajo se presenta el modelado y la aplicación del control repetitivo sobre una planta didáctica especialmente diseñada para ilustrar este tipo de conceptos. Dicha planta presenta perturbaciones periódicas, con una clara interpretación física, que deben ser rechazadas por el sistema de control. Con el fin de ilustrar el comportamiento de la planta se ha diseñado una aplicación interactiva basada en *Easy JAVA simulations*. Toda la información sobre el modelo, la aplicación y la planta está disponible en: <http://www.ioc.upc.es/usuarios/RamonCosta/Repe/>.

El trabajo está estructurado de la siguiente forma: en la sección 2 se presentan los conceptos básicos que permiten entender el comportamiento de la planta; en la sección 3 se presenta una deducción detallada de las ecuaciones que gobiernan el funcionamiento del sistema; en la sección 4 se describe la aplicación interactiva que se ha desarrollado; en la sección 5 se introducen los conceptos fundamen-

tales del control repetitivo y su aplicación a la planta presentada; y finalmente en la sección 6 se presentan algunas conclusiones del trabajo.

## 2. Concepto básico

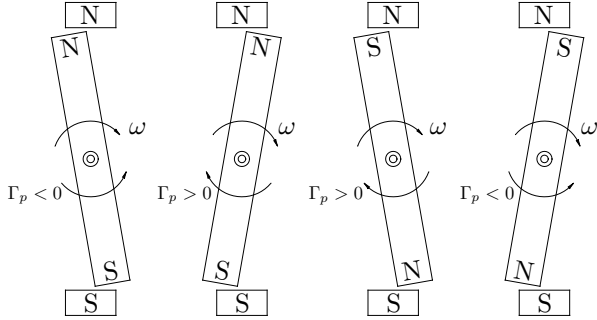


Figura 1: Esquema de la estructura de la planta.

Los sistemas con elementos rotatorios están generalmente sometidos a perturbaciones periódicas debido al movimiento de los diferentes componentes. Ejemplos de sistemas de este estilo son los lectores de CD, los discos duros, y las máquinas eléctricas. Generalmente este tipo de sistemas están diseñados para girar a velocidad angular constante. En este régimen de funcionamiento, cualquier fricción, desequilibrio o asimetría existente en el sistema genera una perturbación periódica sobre el sistema. El período de dicha perturbación está directamente relacionado con la velocidad angular que lo genera.

Utilizando el fenómeno de la rotación, la idea básica detrás de la planta bajo estudio es acoplar un elemento que genere un par pulsante ( $\Gamma_p$ ) sobre el eje de un motor de corriente continua. El medio utilizado para generar el par es un sistema de imanes. En la figura 1 se presenta la distribución de los diferentes imanes que componen el sistema. Una barra central, solidaria al eje del motor, dispone de un imán en cada uno de sus extremos (los imanes presentan polaridades inversas por lo que toda la barra se asemeja a un imán de mayor tamaño). Esta barra gira en el interior del campo magnético generado por dos imanes fijos alineados respecto un mismo eje pero con polaridad inversa.

El movimiento del motor de corriente continua genera un par debido a la interacción de los diferentes imanes que componen el sistema, el par depende del ángulo ( $\theta$ ) del eje del motor. Cuando la velocidad angular del eje es constante ( $\dot{\omega} = \ddot{\theta} = 0$ ) el par sobre el eje de rotación es una señal periódica con un período relacionado con la velocidad angular. El

objetivo de control para esta planta es que gire a velocidad constante pese a la existencia de este par de perturbación.

## 3. Modelado Físico del Sistema

### 3.1. Sistema completo

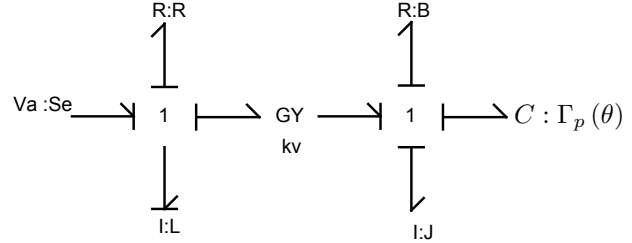


Figura 2: Bond Graph del sistema Completo.

La planta está formada por un motor de corriente continua de imanes permanentes (PMDC) al cual se ha acoplado un dispositivo magnético que provoca un par variable sobre el eje del motor. Desde un punto de vista energético el sistema presenta 3 componentes importantes (Figura 2), la energía eléctrica del motor de continua, la energía mecánica del sólido móvil y la energía magnética almacenada por los imanes móviles dentro del campo magnético generado por los imanes fijos.

Para la determinación de las ecuaciones que rigen el comportamiento del sistema, se parte del modelo dinámico de un motor de continua y posteriormente se determina la fuerza de interacción entre los diferentes imanes del sistema y los pares que estos generan sobre el eje del motor.

### 3.2. Motor DC

La figura 3 presenta el circuito eléctrico equivalente de un motor PMDC. A partir de la segunda ley de Kirchhoff se deduce que:

$$V_a - V_R - V_L - V_{fem} = 0 \quad (1)$$

donde  $V_a$  es la tensión aplicada al motor,  $V_R$  es la caída de tensión en la resistencia,  $V_L$  es la caída de tensión en el devanado, y  $V_{fem}$  es la fuerza contraelectromotriz. La ecuación (1) se puede expresar en función de la velocidad de giro del motor ( $\omega$ ) y de la intensidad  $i$  que circula por el devanado del rotor

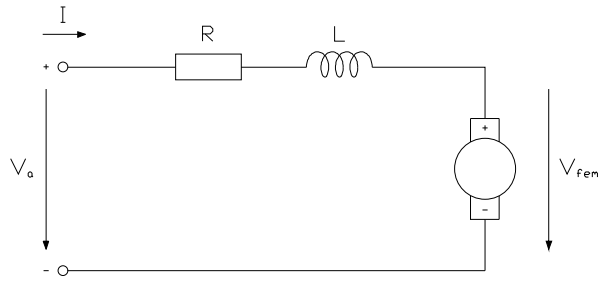


Figura 3: Esquema eléctrico del motor de corriente continua.

como:

$$V_a - i \cdot R - L \frac{di}{dt} - k_v \omega = 0 \quad (2)$$

donde  $R$  y  $L$  son, respectivamente, la resistencia y el coeficiente de autoinducción del devanado del rotor, y  $k_v$  es la constante de velocidad que depende de parámetros constructivos del motor.

El comportamiento de la parte mecánica se puede describir a través de la ecuación de Newton:

$$J \frac{d\omega}{dt} = \Gamma_{mot} - \Gamma_{fr} + \Gamma_p \quad (3)$$

donde  $J$  es el momento de inercia del sistema,  $\Gamma_{mot}$  es el par electromagnético interno del motor,  $\Gamma_{fr}$  es el par de fricción, y  $\Gamma_p$  es el par de carga que, en este caso, es el par de perturbación introducido por el sistema de imanes.

El par electromagnético  $\Gamma_{mot}$  y el par de rozamiento  $\Gamma_{fr}$  se pueden expresar en función de la intensidad del rotor y de la velocidad de giro, respectivamente. Así, la expresión resultante es:

$$J \frac{d\omega}{dt} = k_v \cdot i - B \cdot \omega + \Gamma_p \quad (4)$$

donde  $B$  es el coeficiente de rozamiento viscoso.

### 3.3. Sistema Magnético

Por el principio de superposición, la expresión del par de perturbación  $\Gamma_p$  se puede pensar como la suma de las fuerzas que aparecen en cada imán móvil debido a la presencia del campo magnético por cada imán fijo.

Desafortunadamente, no existe una expresión analítica cerrada para el campo magnético creado por un imán. Por este motivo, se aproxima este campo por el generado por una espira de corriente (o dipolo), hipótesis que es válida para puntos suficientemente alejados del imán. El campo magnético

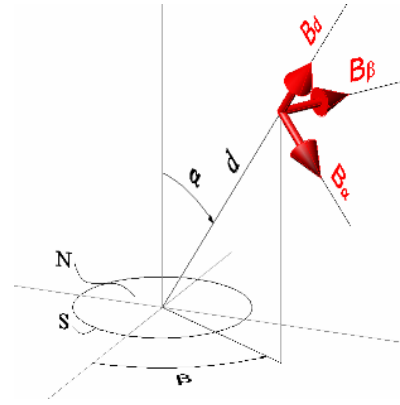


Figura 4: Campo magnético generado por un dipolo magnético.

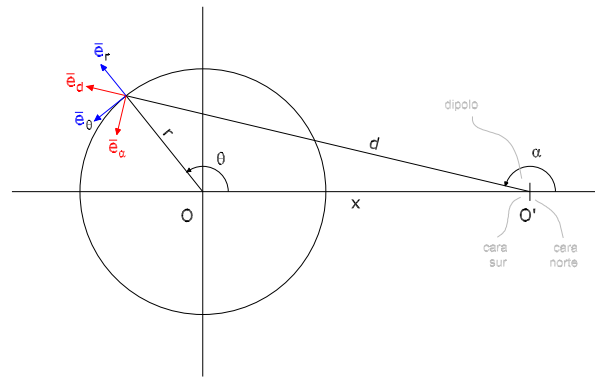


Figura 5: Geometría del problema.

creado por un dipolo se puede expresar, en coordenadas esféricas (Figura 4), como:

$$B_d = \frac{1}{2} \frac{\mu_0 \cdot m \cdot \cos(\alpha)}{\pi d^3} \quad (5)$$

$$B_\alpha = \frac{1}{4} \frac{\mu_0 \cdot m \cdot \sin(\alpha)}{\pi d^3} \quad (6)$$

$$B_\beta = 0 \quad (7)$$

donde  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{N}{A^2}$  es la permeabilidad magnética del vacío, y  $m$  es el momento magnético del dipolo.

Dado que todos los imanes que componen el sistema se hallan sobre el mismo plano, y el movimiento del móvil está restringido por el hecho de ser solidario al eje, se pueden particularizar las expresiones genéricas anteriormente expresadas. La figura 5 muestra la geometría concreta del problema. A partir de las ecuaciones del campo magnético, (5), (6) y (7), y la geometría del sistema es posible obtener la expresión de campo magnético sobre cualquier punto del círculo sobre el que se mueve el imán móvil en función de ángulo del punto ( $\theta$ ), el radio del círculo ( $r$ ) y la distancia entre el centro del círculo y la

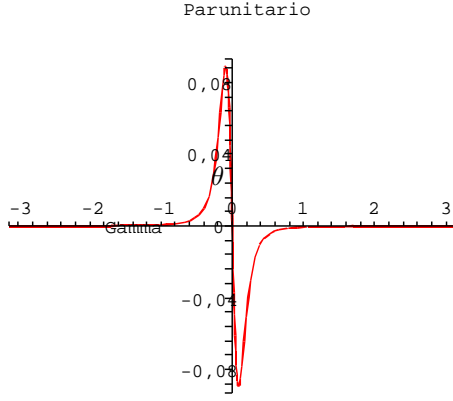


Figura 6:  $\Gamma_L$  para  $x = 5\text{cm}$  y  $d = 6\text{cm}$ .

posición del dipolo ( $x$ ):

$$B'_d = \frac{\mu_0 m \cos(\arctan(r \sin(\theta), r \cos(\theta) - x))}{2\pi (-2r \cos(\theta)x + x^2 + r^2)^{3/2}} \quad (8)$$

$$B'_\alpha = \frac{\mu_0 m \sin(\arctan(r \sin(\theta), r \cos(\theta) - x))}{4\pi (-2r \cos(\theta)x + x^2 + r^2)^{3/2}} \quad (9)$$

$$B'_\beta = 0 \quad (10)$$

La fuerza que experimenta un imán dentro de un campo magnético es:

$$F = q_m B \quad (11)$$

donde  $q_m$  es la intensidad del polo magnético y  $B$  el campo magnético en el punto. En estas condiciones, aparecen dos fuerzas sobre el imán móvil: una que actúa sobre la cara norte, (en la misma dirección y sentido que el campo magnético), y otra, sobre la cara sur, opuesta a la anterior. Únicamente la componente tangencial de estas fuerzas contribuye a crear un par efectivo sobre el eje del motor y, por lo tanto, sólo es necesario considerar la componente tangencial del campo magnético. La expresión de expresión de dicha componente presenta la forma:

$$\Gamma'_L = \sin(\rho) B'_d + \cos(\rho) B'_\alpha \quad (12)$$

donde  $\rho = \arctan(r \sin(\theta), r \cos(\theta) - x) - \theta$ . Dado que este par es proporcional al momento magnético del dipolo ( $m$ ), se define un par unitario de la forma:

$$\Gamma_L(\theta, r, x) = \frac{1}{m} \Gamma'_L \quad (13)$$

A modo de ejemplo en la figura 6 presenta la forma del par para el caso de un único imán móvil y un único imán fijo.

En el caso del dispositivo compuesto por dos imanes móviles y dos fijos el par sobre el eje presentará la forma genérica:

$$\Gamma_p(\theta) = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 q_{m_i} m_j \Gamma_L(\theta + \theta_{i,j}, r_i, x_j) \quad (14)$$

donde  $q_{m_i}$  es intensidad del polo magnético correspondiente al imán móvil  $i$ ,  $m_j$  es el momento magnético correspondiente al imán fijo  $j$ ,  $r_i$  es la distancia entre el imán móvil  $i$  y el eje de rotación,  $x_j$  es la distancia entre el imán fijo  $j$  y el eje de rotación, y  $\theta_{i,j}$  corresponde a la orientación relativa del imán móvil  $i$  y el fijo  $j$  en la posición de equilibrio.

## 4. Aplicación Easy Java

### 4.1. Easy Java Simulations

Easy Java Simulations (Ejs) es una herramienta de software diseñada por Francisco Esquembre para la creación de simulaciones informáticas en lenguaje Java [3]. Es especialmente interesante desde el punto de vista pedagógico, ya que posee un potente interfaz visual que permite representar gráfica e interactivamente, la evolución de un sistema.

En Ejs, las simulaciones se crean especificando un modelo matemático del sistema y diseñando un entorno gráfico o vista que permite visualizar la evolución del sistema y la interacción con el usuario.

La definición del modelo se realiza introduciendo las variables que describen el estado del sistema y las ecuaciones que rigen su comportamiento. A partir de este modelo, el programa calcula los sucesivos estados del sistema y mantiene actualizada la vista en todo momento. La vista, además de manifestar gráficamente la evolución del estado del sistema, también permite al usuario modificar la configuración y la lógica del programa, interactuando de esta forma con la simulación.

### 4.2. La aplicación

A partir del modelo obtenido (sección 3), se ha creado una simulación en Ejs de la planta que permite visualizar su comportamiento. La simulación dispone de una serie de elementos interactivos que permiten modificar la configuración del dispositivo magnético. La flexibilidad de este entorno supera las limitaciones de la planta real, y permite entender el funcionamiento del dispositivo magnético y generar una gran variedad de perturbaciones.

La vista de la simulación se ha estructurado en una ventana principal y una ventana de diálogo secundaria que sólo se activa si el usuario lo solicita. La ventana principal está situada en la parte izquierda de la figura 7 y en ella se representa el esquema

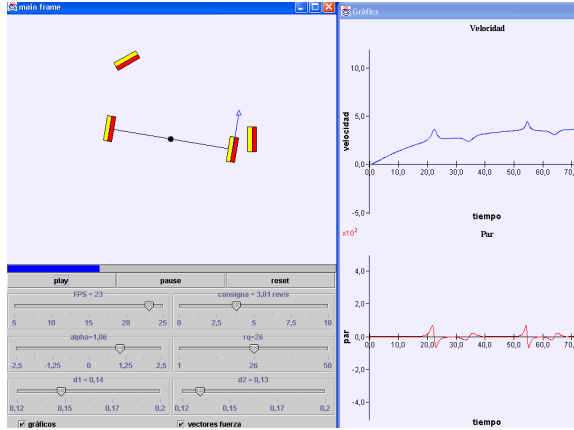


Figura 7: Aplicación desarrollada en Easy JAVA.

del dispositivo magnético, con el sistema de imanes móviles girando sobre el eje del motor y el sistema de imanes fijos.

En la parte inferior de esta ventana aparece un panel de mandos que permite al usuario interactuar con la simulación. La primera línea de botones permite arrancar (*play*), parar (*pause*) y restablecer las condiciones iniciales (*reset*) de la simulación. A continuación aparecen seis deslizadores que permiten al usuario realizar las siguientes acciones:

- Acelerar o ralentizar la simulación cambiando el número de imágenes por segundo (FPS).
- Seleccionar el voltaje aplicado en bornes del motor ( $V_a$ )
- Acercar o alejar los dos imanes fijos al sistema móvil ( $x_1$  y  $x_2$ ).
- Girar un ángulo ( $\theta_{1,i}$ ) el imán fijo izquierdo.
- Reducir la intensidad del polo magnético de un imán móvil a una fracción ( $q_{m,i}$ ) del opuesto.

Estas tres últimas opciones permiten modificar la configuración del dispositivo magnético y, así, generar diferentes perturbaciones. El cambio en la posición de los imanes fijos queda reflejado en la vista de la simulación y la reducción de la intensidad del polo magnético se visualiza disminuyendo el espesor del imán móvil. Aunque existen más parámetros en el sistema, se ha trabajado únicamente con estos datos con el fin de no complicar en exceso la aplicación de usuario.

Finalmente, en la última línea del panel de mandos aparecen dos selectores. El primero, *gráficos*, abre la ventana de diálogo secundaria a la derecha de la

ventana principal. En ella se visualiza la evolución de la velocidad y del par de perturbación con el tiempo. El segundo selector, *vectores fuerza*, permite representar en la vista de la simulación los vectores de fuerza sobre cada uno de los imanes móviles.

## 5. Control Repetitivo

### 5.1. Introducción

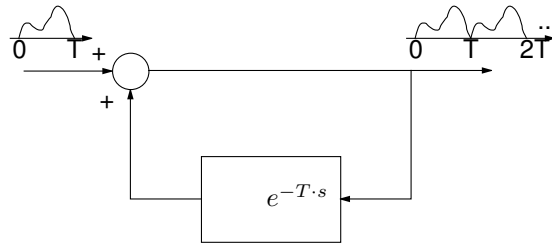


Figura 8: Celda básica del control repetitivo.

El control repetitivo es una técnica de control lineal que utiliza el Principio del Modelo Interno (IMP) para el diseño de controladores capaces de seguir o rechazar señales periódicas. Teniendo en cuenta que una señal periódica  $r(t)$  (de periodo  $T_p$ ) se puede representar mediante su serie de Fourier como:

$$r(t) = \sum_{-\infty}^{\infty} a_n e^{j \frac{2n\pi \cdot t}{T_p}} \quad (15)$$

donde  $a_n$  son los coeficientes de la serie de Fourier, de acuerdo con el IMP la función de transferencia que debe incluirse dentro del lazo de control es:

$$R(s) = \frac{1}{s} \prod_{n=1}^{\infty} \frac{\left(\frac{2n\pi}{T_p}\right)^2}{s^2 + \left(\frac{2n\pi}{T_p}\right)^2} \quad (16)$$

esta expresión implica la introducción de el producto de infinitos términos. Por dicho motivo resulta más eficiente utilizar la expresión equivalente [16]:

$$R(s) = \frac{T_p \cdot e^{-\frac{T_p \cdot s}{2}}}{1 - e^{-T_p \cdot s}} \quad (17)$$

Dado que  $T_p \cdot e^{-\frac{T_p \cdot s}{2}}$  representa un retardo en el tiempo de ganancia  $T_p$ , es necesario incluir únicamente  $\frac{1}{1 - e^{-T_p \cdot s}}$  dentro del lazo de control. Esta función de transferencia puede implementarse como una realimentación positiva con  $e^{-T_p \cdot s}$  en el camino de realimentación (Fig.8).

Desde un punto de vista frecuencial, el lazo repetitivo presenta una ganancia infinita en todas aquellas frecuencias que son múltiplos de  $\frac{1}{T_p}$ , empezando por frecuencia cero (con lo cual también realiza la función de un integrador puro). Este hecho asegura el rechazo de perturbaciones y un error nulo en el seguimiento de referencias con contenido espectral en dichas frecuencias.

La implementación analógica de un retardo puro resulta compleja. Afortunadamente, en tiempo discreto esta implementación es sencilla, de forma que, si el período de la señal  $T_p$  es un múltiplo entero del período de muestreo  $T_s$ , se reduce a una cola circular. Así pues, la función de transferencia que se incluye en el lazo de control es:

$$G_r(z) = \frac{z^{-N_1}}{1 - z^{-N_1}} = \frac{1}{z^{N_1} - 1} \quad (18)$$

donde  $N_1 = \frac{T_p}{T_s}$ , y  $T_s$  es el período de muestreo del sistema. Además de la restricción existente entre el período de la señal y el de muestreo, es importante resaltar que la implementación de tiempo discreto únicamente puede cancelar aquellos armónicos que están por debajo de la frecuencia de Nyquist ( $\frac{\omega_s}{2} = \frac{\pi}{T_s}$ ).

El control repetitivo ha sido utilizado con éxito en diferentes áreas como el control de CD y discos duros [9] [1] [12], la robótica [15] [10], las máquinas de control numérico [14], la supresión de vibraciones [7] [5], los rectificadores electrónicos[17] o los filtros activos [2] entre otros.

## 5.2. Estructura del Controlador

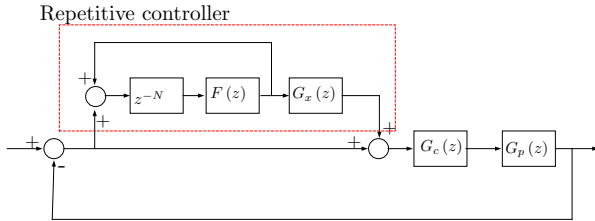


Figura 9: Estructura del controlador repetitivo.

Los controladores repetitivos se suelen utilizar con el fin de aumentar un compensador ya existente,  $G_c(z)$  (Fig. 9). Este compensador nominal se utiliza para estabilizar la planta,  $G_p(z)$ , y rechazar perturbaciones en un rang amplio de frecuencias. Este planteamiento fue introducido y estudiado por Inoue et al. [6]. En este planteamiento el controlador está compuesto por tres sistemas lineales: un retardo temporal  $z^{-N}$  que conjuntamente con la reali-

|                |   |                |  |
|----------------|---|----------------|--|
| $J$            | $5,05 \cdot 10^{-4} \text{Kg} \cdot \text{m}^2$                 | $L$            | $16,6 \cdot 10^{-3} \text{H}$                    |
| $R$            | $12 \Omega$   | $K_v$          | $58,28 \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{A}}$ |
| $B$            | $7,7 \frac{\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}}{\text{rad}}$ | $m_1$          | $1$  |
| $m_2$          | $1$   | $q_{m_1}$      | $1$  |
| $q_{m_2}$      | $1$   | $r_1$          | $5 \cdot 10^{-2} \text{m}$                       |
| $r_2$          | $5 \cdot 10^{-2} \text{m}$                                      | $x_1$          | $5,5 \cdot 10^{-2} \text{m}$                     |
| $x_2$          | $5,5 \cdot 10^{-2} \text{m}$                                    | $\theta_{1,1}$ | $0 \text{rad}$                                   |
| $\theta_{1,2}$ | $\pi \text{rad}$  | $\theta_{2,1}$ | $\pi \text{rad}$                                 |
| $\theta_{2,2}$ | $0 \text{rad}$  | $\omega_d$     | $16\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$              |

Tabla 1: Parámetros utilizados en las simulaciones.

mentación positiva introduce una elevada ganancia en las frecuencias armónicas; un filtro FIR pasabajos de fase nula  $F(z)$  encargado de reducir la ganancia en aquellas frecuencias en que existe incertidumbre en el comportamiento de la planta y finalmente un filtro lineal  $G_x(z)$  encargado de garantizar la estabilidad del sistema completo. Para que el sistema completo sea estable es necesario garantizar las siguientes condiciones:

1. El sistema de lazo cerrado sin el controlador repetitivo debe ser estable. Es decir,  $G_o(z) \triangleq \frac{G_c(z)G_p(z)}{1+G_c(z)G_p(z)}$  es estable.
2.  $\|F(z)\|_\infty < 1$ .
3.  $\|1 - G_o(z)G_x(z)\|_\infty < 1$ , donde  $G_o$  es la función de transferencia de lazo cerrado sin el controlador repetitivo.  $G_x$  es un parámetro de diseño del sistema. Una solución para el diseño de  $G_x$  es[13]:  $G_x(z) = k_r G_o(z)^{-1}$ . Esta estructura únicamente puede utilizar en los casos en que el sistema es de no fase mínima; en caso contrario es posible utilizar métodos de cancelación de la fase de los elementos de fase no mínima[13].

## 5.3. Aplicación a la planta

Para realizar el diseño del controlador repetitivo se para de las ecuaciones del sistema asumiendo que no existen perturbaciones. A partir de (2) y (4) es posible obtener una relación entrada salida de la forma  $\frac{\omega(s)}{V_a(s)} = G_p(s)$ . En siguiente paso es seleccionar el período de muestreo, en nuestro caso se pretende diseñar el sistema para que gire a una velocidad de  $8 \frac{\text{rev}}{\text{s}}$ , es decir que cada  $125 \text{ms}$  es sistema habrá realizado una vuelta. Com el fin que las perturbaciones que actúan sobre el sistema estén correctamente muestreadas se ha seleccionado tener  $N = 25$  muestras por vuelta, ello hace que se deba fijar un período de muestreo de  $5 \text{ms}$ . Una

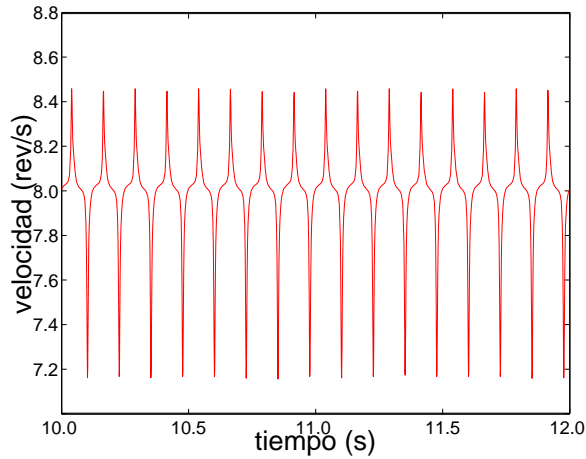


Figura 10: Respuesta del sistema en lazo abierto.

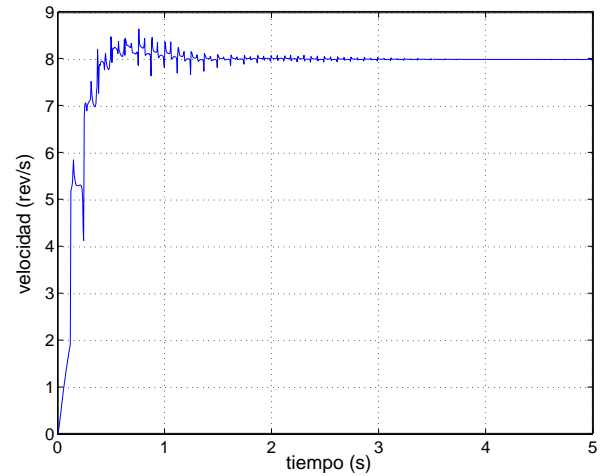


Figura 12: Respuesta del sistema con el controlador repetitivo ( $k_r = 0,4$ ).

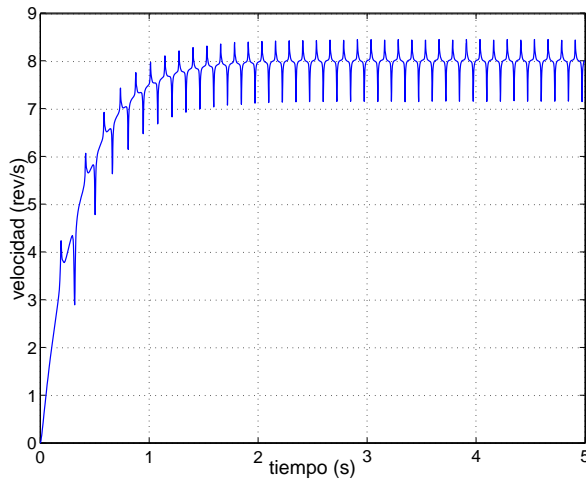


Figura 11: Respuesta del sistema con un controlador PI.

vez fijado el período de muestreo es posible obtener una relación entrada/salida de tiempo discreto  $\frac{\omega(z)}{V_a(z)} = G_p(z)$ .

Una vez se dispone del modelo de la planta y fijado el valor de  $N$  es necesario diseñar  $G_x$ , dado que  $\frac{G_p}{1+G_p}$  es estable y no presenta zeros de fase no mínima es posible diseñar  $G_x$  de la forma tradicional es decir:  $G_x = k_r \frac{1+G_p}{G_p}$ . En estas simulaciones se ha fijado  $F(z) = 1$ .

En la figura 10 se presenta la evolución del sistema en lazo abierto con las perturbaciones que aparecen en el sistema debido a la acción del conjunto de imanes. En la figura 11 se presenta la respuesta temporal del sistema cuando se intenta regular la velocidad de  $8 \frac{rev}{s}$ , como se puede observar aunque las perturbaciones son atenuadas, el controlador no

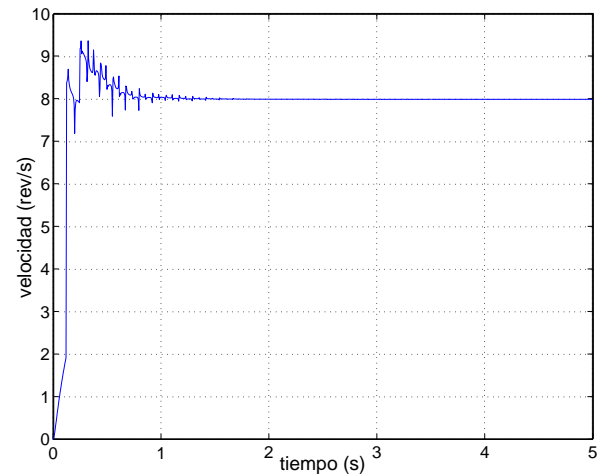


Figura 13: Respuesta del sistema con el controlador repetitivo ( $k_r = 0,8$ ).

puede rechazarlas totalmente. En las figuras 12 y 13 se presenta el sistema la evolución temporal del sistema en lazo cerrado esta vez incorporando un controlador repetitivo, como se puede ver en ambos casos el controlador es capaz de compensar totalmente las perturbaciones que actúan sobre el sistema. Se puede observar la influencia del parámetro de diseño  $k_r$ , este parámetro permite ajustar la respuesta temporal del sistema de lazo cerrado (polos de lazo cerrado), claro está que una respuesta muy rápida puede en algunas ocasiones presentar problemas de estabilidad, por tanto debe fijarse buscando un compromiso entre respuesta temporal y estabilidad.

## 6. Conclusiones

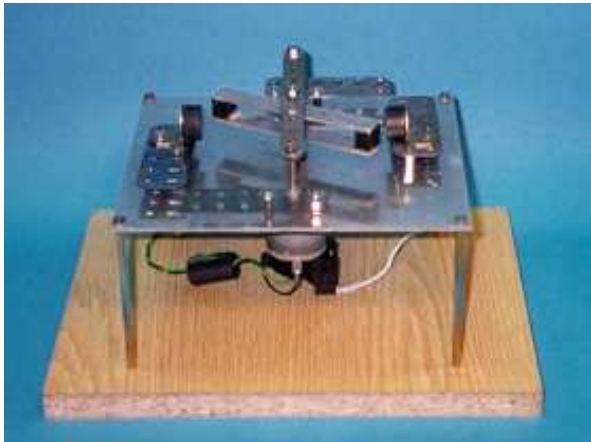


Figura 14: Maqueta de la planta analizada.

En este trabajo se ha presentado y analizado el comportamiento de una planta didáctica especialmente diseñada para la experimentación de algoritmos de control pensados para el seguimiento o rechazo de señales periódicas. Como complemento al modelado se ha diseñado una aplicación interactiva basada en *Easy Java Simulations* que permite analizar el comportamiento del sistema en diferentes configuraciones de los diferentes componentes. Mediante esta herramienta se puede diseñar la configuración relativa de los diferentes elementos de forma que el sistema presente las perturbaciones con la forma deseada.

Se ha incluido un ejemplo en el que se prueba la validez del control repetitivo para hacer frente a las perturbaciones existentes en el sistema. Este ejemplo ha permitido validar la planta diseñada como plataforma de experimentación y visualización de algoritmos de control.

La planta se ha mostrado especialmente interesante para ser utilizado en docencia de sistemas de control de métodos frecuenciales, sistemas de control inteligente con aprendizaje, además del presentado control repetitivo. Adicionalmente, el disponer de un modelo energético del sistema hace que la planta sea también de gran interés para el ensayo de controladores diseñados mediante técnicas energéticas.

Este hecho conjuntamente con su bajo coste, fácil prototipaje, y lo intuitivo de las perturbaciones que actúan sobre el sistema hace que sea muy recomendable su uso tanto en tareas de docencia como investigación. En el IOC se dispone de una maqueta de la planta (Figura 14) que esta siendo utilizada en diferentes actividades docentes. Cabe destacar que el modelo presentado en este artículo recoge de

manera fidedigna el comportamiento del sistema.

## Agradecimientos

Los autores desean expresar su agradecimiento al Prof. Francisco Esquembre, quien ha prestado su ayuda desinteresada en el uso de Easy JAVA.

## Referencias

- [1] Kok-Kia Chew and Masayoshi Tomizuka. Digital control of repetitive errors in disk drive systems. *IEEE Control Systems Magazine*, pages 16–19, January 1990.
- [2] Ramon Costa-Castelló, Robert Griñó, and Enric Fossas. Odd-harmonic digital repetitive control of a single-phase current active filter. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 19(4):1060–1068, July 2004.
- [3] Francisco Esquembre. *Manual for Ejs 3.1*. Universidad de Murcia, 2002. <http://fem.um.es/Ejs/>.
- [4] B.A. Francis and W.M. Wonham. Internal model principle in control theory. *Automatica*, 12:457–465, 1976.
- [5] S. Hattori, M. Ishida, and T. Hori. Suppression control method for torque vibration of brushless dc motor utilizing repetitive control with fourier transform. In *Proceedings of the 6th International Workshop on Advanced Motion Control, 2000*, pages 427–432, 2000.
- [6] T. Inoue, M. Nakano, T. Kubo, S. Matsumoto, and H. Baba. High accuracy control of a proton synchrotron magnet power supply. In *Proceedings of the 8th World Congress of IFAC*, pages 216–220, 1981.
- [7] M. Ishida, T. Su, S. Hattori, and T. Hori. Suppression control method for torque vibration of ac motor utilizing repetitive controller with fourier transformer. In *Conference Record of the 2000 IEEE Industry Applications Conference, 2000*, volume 3, pages 1675–1682, 2000.
- [8] B. Kuo. *Digital Control Systems*. Oxford University Press Inc., USA, second edition edition, 1997.
- [9] Richard C.H. Lee. *Robust Repetitive Control and Application to a CD Player*. PhD thesis, Cambridge University., February 1998.
- [10] M. Norrlof. An adaptive iterative learning control algorithm with experiments on an industrial robot. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 18(2):245–251, April 2002.



- [11] Katsuhiko Ogata. *Modern Control Engineering*. Prentice Hall, fourth edition edition, February 2002.
- [12] Yoshikazu Onuki and Hideaki Ishioka. Compensation for repeatable tracking errors in hard drives using discrete-time repetitive controllers. *IEEE/ASME Transactions On Mechatronics*, 6(2):132–136, June 2001.
- [13] Masayoshi Tomizuka, Tsu-Chin Tsao, and Kok-Kia Chew. Analysis and synthesis of discrete-time repetitive controllers. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 111:353–358, September 1989.
- [14] Tsu-Chin Tsao and Masayoshi Tomizuka. Adaptive and repetitive digital control algorithms for noncircular machining. In *Proceedings of the 1988 American Control Conference*, 1988.
- [15] Manabu Yamada, Zaier Riadh, and Yasuyuki Funahashi. Design of discrete-time repetitive control system for pole placement and application. *IEEE/ASME Transactions On Mechatronics*, 4(2):110–118, June 1999.
- [16] Y. Yamamoto. Learning control and related problems in infinite-dimensional systems. In *Proceedings of the 1993 European Control Conference*, pages 191–222, 1993.
- [17] Keliang Zhou, Danwei Wang, and Guangyan Xu. Repetitive controlled three-phase reversible PWM rectifier. In *Proceedings of the 2000 American Control Conference*, volume 1, pages 125–129, 2000.