

ESTUDIO PRELIMINAR DEL COMPORTAMIENTO DINÁMICO DE UN NUEVO BRAZO FLEXIBLE DE 6 GRADOS DE LIBERTAD

Fernando J. Castillo García
Edificio Politécnica. E.T.S.I.I. - UCLM - 13071 Ciudad Real (España), Fernando.Castillo@uclm.es

José A. Somolinos Sánchez
Edificio Politécnica. E.T.S.I.I. - UCLM - 13071 Ciudad Real (España), JoseAndres.Somolinos@uclm.es

Vicente Feliu Batlle
Edificio Politécnica. E.T.S.I.I. - UCLM - 13071 Ciudad Real (España), Vicente.Feliu@uclm.es

Resumen

El objetivo principal de este artículo es presentar el comportamiento dinámico de un robot flexible de seis grados de libertad construido a partir de un brazo flexible de 3 grados de libertad y una muñeca rígida con configuración esférica. El brazo flexible ha sido controlado en posición usando un modelo dinámico que supone una única masa puntual situada en el extremo. Dicho brazo presenta sólo tres modos de vibración, pero tras acoplar la muñeca al brazo es de esperar la aparición de nuevos modos de vibración. Las frecuencias de vibración pueden ser fácilmente calculadas a partir de la matriz de masas y la matriz de rigidez. Para el modelado del robot completo, de seis grados de libertad, se ha usado una generalización del modelo del brazo, basado también en masas puntuales. El modelo obtenido se usará para el desarrollo de las estrategias de control del robot completo. Al final del presente artículo se muestran los resultados experimentales obtenidos.

Palabras Clave: Dinámica, brazo flexible, matriz de inercias, modos de vibración, frecuencias de vibración.

1 INTRODUCCIÓN

Existe una gran cantidad de artículos relacionados con la robótica flexible. La mayoría de ellos trata sobre robots flexibles de uno o dos g.d.l. y sólo un número reducido de ellos sobre robots flexibles de tres g.d.l. Sin duda, el interés por la utilidad práctica de este tipo de robots aumentaría si se desarrollara un robot flexible de seis grados de libertad.

Este artículo presenta un estudio preliminar del comportamiento dinámico de un nuevo robot flexible de seis g.d.l. Este robot ha sido construido a partir de un brazo flexible de tres g.d.l. controlado ya en

posición y de una muñeca rígida de configuración esférica controlada en orientación, que ha sido especialmente diseñada para acoplarla al brazo flexible anterior. Una propiedad ya sabida de los robots flexibles es que presentan una dinámica oscilatoria caracterizada por sus frecuencias de vibración (frecuencia, amplitud, fase, etc.). Este comportamiento dinámico oscilatorio del brazo lo heredará el robot completo: brazo + muñeca.

Los robots industriales habitualmente son construidos mecánicamente rígidos por lo que presentan cinemáticas y dinámicas relativamente simples, además de un sistema sensorial y de control más simple, ya que la posición del extremo del robot puede ser obtenida con facilidad únicamente con la medida de la posición de los motores de cada articulación. Sin embargo, esa misma rigidez es la que condiciona que el diseño mecánico de los eslabones los haga innecesariamente pesados y gruesos.

Así pues, la gran ventaja que presentan los robots flexibles en comparación con los rígidos, es que poseen una menor relación carga en el extremo/peso del robot. Por la contra, necesitan de un sistema sensorial y de control mucho más complejo.

La dinámica de un brazo flexible normalmente se modela suponiendo masas distribuidas en cada eslabón. Esto, da lugar a dinámicas de orden infinito que son truncadas obteniéndose modelos de orden elevado. Una alternativa es modelar el brazo como una serie de masas puntuales unidas por vigas flexibles sin masa [3], [5], [10]. Cualquiera de estas aproximaciones conducen a leyes de control muy complejas para brazos flexibles de 3 g.d.l. lo que ha motivado su desuso en aplicaciones industriales, donde se requieren altas velocidades.

La mayoría de los manipuladores rígidos existentes son simples, cinemáticamente hablando, estando

formados por un brazo (3 g.d.l) y una muñeca de configuración esférica (3 g.d.l.). La dificultad de encontrar la solución de la dinámica inversa general (6 g.d.l.) ha motivado el descomponer el problema en dos subproblemas. En este caso se dice que la cinemática del robot está desacoplada en cuanto a posición y orientación se refiere.

Existen muchas formas de diseño de robot flexibles, aunque muchas de éstas son imposibles de obtener de forma analítica mediante técnicas frecuenciales, aun para un eslabón flexible de un grado de libertad [8]. Si se extiende el problema a varios grados de libertad éste se torna aún más complejo considerando únicamente la vía de algoritmos numéricos. Es razonable pensar pues, que si se tiene que diseñar un robot flexible de 6 g.d.l., se empiece previamente con el modelo controlado del brazo de 3 g.d.l. y del modelo controlado de la muñeca rígida de configuración esférica diseñada especialmente para este robot [2],[4],[6].

Tras esta introducción, en la sección 2 se presentará de forma breve el brazo flexible de 3 g.d.l. y el modelo dinámico usado. La muñeca rígida y su matriz de inercia será presentada en la sección 3, mientras que el modelo del robot completo se muestra en el apartado 4. En el apartado 5 se muestran los resultados experimentales obtenidos. Y, por último, en el apartado 6 se presentarán las conclusiones obtenidas.

2 BRAZO FLEXIBLE DE TRES GRADOS DE LIBERTAD.

En la Figura 1 se muestra el robot flexible de 3 g.d.l. controlado en posición del que previamente se partía. Bajo la hipótesis de rigidez, los tres ángulos articulares $\Theta_r = (\theta_1, \theta_2, \theta_3)^T$ producidos mediante tres actuadores colocados en la base del robot son los responsables de colocar el extremo del robot en la posición obtenida mediante la cinemática directa ($\mathbf{f}_p(\Theta_r)$). La flexibilidad del brazo hace que la posición real del extremo sea diferente y se denotará $\mathbf{P}_r = (\rho, \phi, \varphi)^T$.

Este robot fue diseñado según las siguientes especificaciones: el brazo debía ser ligero en comparación con la masa colocada en el extremo por lo cual los actuadores fueron colocados en la base del robot en vez de en las articulaciones [9],[10]. Este diseño especial hizo que la masa del extremo fuera mayor que la masa de los eslabones flexibles.

Los detalles de diseño de los mecanismo pueden obtenerse en [7] y usándose una matriz de rigidez para modelar las oscilaciones de la estructura. Este

método de modelado es aplicable en robots con carga en el extremo (sólo los primeros ordenes de vibración están presentes). Las frecuencias de vibración del robot pueden obtenerse a partir de esta matriz de rigidez y la masa en el extremo, considerada como puntual. Si esta masa es mucho más pesada que el brazo (como es nuestro caso), únicamente el valor de esta masa modificará los valores de las frecuencias de vibración del robot para una matriz de rigidez dada. Estas matrices dependen de la configuración del brazo, y pueden ser tabuladas en función de la coordenada radial del extremo ρ , es decir, las componentes de las posición ϕ y φ no caracterizan la matriz de rigidez, sólo la rotan).



Figura 1. Brazo flexible de 3 grados de libertad

La tabla 1 muestra al rango de movimiento de este robot de 3 g.d.l.

	coordenada	min	max
ρ	Extensión del brazo	0.2 m	1.0 m
ϕ	Ángulo azimutal	-135°	+135°
φ	Ángulo cenital (elevación)	-30°	90°

Tabla 1. Rango de movimiento del robot de 3 g.d.l. (en Coordenadas Esféricas)

La Figura 2 muestra la masa del extremo, que ha sido construida mediante un par de discos que pueden ser modelados mediante una masa puntual (modelo validado experimentalmente). La masa en el extremo puede ser ajustada usando diferentes discos, se ha considerado como masa nominal 1.815 kg. Los eslabones flexibles son barras cilíndricas huecas de duraluminio (16 mm/13 mm diám. exterior/interior) y su peso es de 0.350 kg. Así pues, la masa del extremo es substancialmente más grande que la masa del brazo, por lo que es razonable pensar en un modelo basado en una única masa puntual. (Ver [7]).

La figura 3 muestra a modelo dinámico del robot con control de posición aplicado suponiendo el robot rígido (lazo cerrado interno en las articulaciones). Si, en vez de coordenadas esféricas, se hubiera usado coordenadas cartesianas, el bloque para obtener la posición del extremo sería un doble integrador.

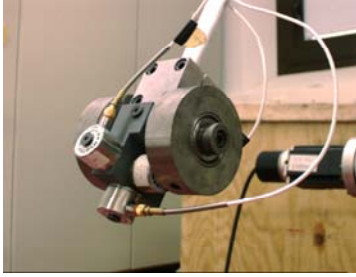


Figura 2. Vista de la masa puntual del extremo.

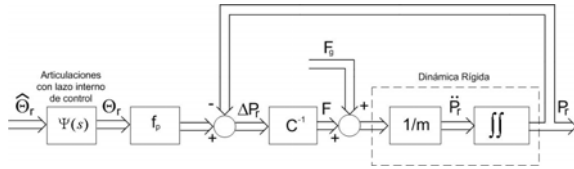


Figura 3. Modelo del brazo flexible con lazo cerrado interno.

Donde

- $\hat{\Theta}_r$: Referencia articular
- Θ_r : Posición articular
- f_p : Cinemática directa
- C : Matriz de Rigidez
- F : Fuerza en el extremo
- F_g : Fuerza de gravedad
- m : Masa en el extremo
- P_r : Posición del extremo del brazo flexible

Usando la cinemática directa y la posición real del extremo, la deflexión del brazo puede modelarse:

$$\Delta P_r = [f_p(\Theta_r) - P_r] \quad (1)$$

La dinámica del robot flexible supuesta una masa puntual en el extremo puede obtenerse del diagrama de bloques de la figura 3:

$$C^{-1}(\Theta_r) \cdot [f_p(\Theta_r) - P_r] + F_g = m \cdot \ddot{P}_r \quad (2)$$

La ecuación (2) se puede describir como:

$$\ddot{P}_r + m^{-1} \cdot C^{-1}(\Theta_r) \cdot P_r = m^{-1} \cdot C^{-1}(\Theta_r) \cdot f_p(\Theta_r) \quad (3)$$

De la ecuación (3) se puede deducir que los modos de vibración de la estructura serán una función de la matriz C^{-1} y de m (que se considera como una matriz diagonal con $m_{ii} = m$). Los modos de vibración se corresponden con los autovalores y autovectores de $[m^{-1} \cdot C^{-1}(\Theta_r)]$ y son ecuaciones dependientes de la posición, es decir, las vibraciones del robot dependen de la posición articular del mismo Θ_r .

En la tabla 2 se indican los valores experimentales obtenidos de los modos de vibración y la dirección de la estructura flexible para distintos valores de ρ .

$\rho(m)$	$\omega_1(Hz)$	$\psi_2(deg)$	$\psi_3(deg)$	$\omega_2(Hz)$	$\omega_3(Hz)$
0.95	2.4400	69.054	-18.054	3.1738	7.5928
0.80	2.6768	57.991	-30.607	3.3569	6.9214
0.65	2.9548	46.191	-46.301	3.7842	6.5918
0.50	3.2633	33.959	-54.763	3.9673	6.4723
0.35	3.5812	20.335	-68.431	4.0894	6.4312

Tabla 2. Valores experimentales de los modos de vibración para $m = 1.815$ kg.

3 MUÑECA RÍGIDA DE CONFIGURACIÓN ESFÉRICA.

Los autores han desarrollado una muñeca esférica para ser acoplada en el extremo del robot (ver figura 4). Los tres ángulos articulares de la muñeca se denotan como $\Theta_w = (\theta_4, \theta_5, \theta_6)^T$. En la figura 3 se muestra el rango del movimiento de la muñeca cuya orientación se representa mediante los ángulos de Euler ZYZ que coinciden con la orientación articular, $\Theta_w = (\theta_4, \theta_5, \theta_6)^T = (\gamma_w, \theta_w, \psi_w)^T$.

La principal diferencia (aparte de la propia flexibilidad) entre un robot rígido y una flexible es que los actuadores de la muñeca en un robot flexible se sitúan en la propia muñeca, mientras que en los robots rígidos estos actuadores se suelen situar en el último eslabón, transmitiendo el movimiento a la muñeca mediante algún mecanismo de transmisión.



Figura 4. Vista de la muñeca rígida.

Como ya se ha mencionado, los eslabones del robot flexible están formados por barras ligeras de duraluminio de pequeño diámetro por lo que resulta imposible colocar los actuadores en los propios eslabones. Esta restricción ha forzado a realizar un diseño muy ligero para la muñeca rígida que debía poseer tres g.d.l. para poder orientar la carga del extremo. De esta forma el peso resultante de la muñeca es del mismo orden que la propia carga que la muñeca es capaz de orientar.

En la tabla 3 se incluye el rango del movimiento articular de la muñeca.

coordenadas		min	max
θ_4	1er ángulo de Euler ZYZ γ_w	-160°	+160°
θ_5	2do ángulo de Euler ZYZ θ_w	-120°	+120°
θ_6	3er ángulo de Euler ZYZ ψ_w	Sin lím.	Sin lím.

Tabla 3. Espacio de trabajo de la muñeca rígida

La muñeca no puede considerarse como una masa puntual si no como una matriz de inercias. En la figura 4 se muestra la localización de las masas modeladas de la muñeca. En la figura, el efecto de la gravedad se he representado mediante una fuerza vertical. La notación de la figura ($i = 4, 5, 6$) es la siguiente:

- M_i : Masa del eslabón
 z_i : Posición de la masa del eslabón.
 d_i : Parámetro d de Denavit-Hartenberg

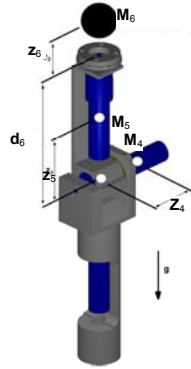


Figura 5. Localización de las masas de la muñeca.

La matriz de inercia resultante de la muñeca depende de sus coordenadas articulares (Θ_w):

$$\mathbf{M}_w = \text{diag}[M_{4w}(\Theta_w) \quad M_{5w}(\Theta_w) \quad M_{6w}(\Theta_w)] \quad (4)$$

Donde cada elemento M_{iw} es

$$\begin{cases} M_{4w}(\Theta_w) = M_4 \cdot z_4^2 + [M_5 \cdot z_5^2 + M_6 \cdot (z_6 + d_6)^2] \cdot s \\ M_{5w}(\Theta_w) = M_5 \cdot z_5^2 + M_6 \cdot (z_6 + d_6)^2 \\ M_{6w}(\Theta_w) = 0 \end{cases} \quad (5)$$

Ver [1] para más detalles.

4 ROBOT COMPLETO DE SEIS GRADOS DE LIBERTAD.

Suponiendo la cancelación exacta del par de acoplamiento de los eslabones 1, 2 y 3, y considerando ahora el robot completo de seis g.d.l. la ecuación (3) se ve modificada en los siguientes términos: primero, la dimensión de la posición del

extremo y de la posición articular se incrementa de tres a seis (la posición generalizada del extremo es $\mathbf{P} = (\rho \phi \varphi \gamma \theta \psi)^T$ y las coordenadas articulares son ahora $\Theta = (\theta_1 \theta_2 \theta_3 \theta_4 \theta_5 \theta_6)^T$); segundo, la cinemática directa y la matriz de rigidez incrementan también su dimensión de tres a seis; tercero, la cinemática directa relaciona el espacio de trabajo articular Θ el espacio operacional $\mathbf{f}(\Theta)$ y la matriz de rigidez relaciona las fuerzas y pares en el extremo con la deflexión espacial y angular del mismo; finalmente, el escalar m se sustituye ahora por una matriz no constante que incluye la masa y la inercia de la muñeca. Las frecuencias de vibración principales serán diferentes que las obtenidas con el brazo flexible anterior. Por otra parte, la matriz de inercia de la muñeca representa una inercia dependiente de los ángulos θ_4 y θ_5 (sin influencia del ángulo θ_6) y la dinámica oscilatoria del robot completo presentará dependencias con estos ángulos. Los autovalores y autovectores de la ecuación (3) modificada se podrán obtener a partir de:

$$\ddot{\mathbf{P}} + \mathbf{M}^{-1} \cdot \mathbf{C}^{-1}(\Theta) \cdot \dot{\mathbf{P}} = \mathbf{M}^{-1} \cdot \mathbf{C}^{-1}(\Theta) \cdot \mathbf{f}(\Theta) \quad (6)$$

El objetivo principal de este artículo es probar experimentalmente la influencia de la inercia de la muñeca en los modos de vibración que presenta el robot completo de seis grados de libertad. Este estudio preliminar muestra la influencia de la inercia en la dinámica del brazo y la relación entre los modos de vibración y la inercia de la muñeca (dependientes de θ_4 y θ_5).

5 RESULTADOS EXPERIMENTALES.

En esta sección se han obtenido las frecuencias de vibración del robot para diferentes orientaciones de la muñeca.

Para todos los experimentos, la posición del extremo ha sido $\mathbf{P}_r = (0.7 \text{ m}, 0 \text{ rad}, 0 \text{ rad})^T$ y se han analizado cuatro orientaciones distintas del extremo. La matriz de transformación homogénea se denotarán como ${}^0\mathbf{T}_i$, donde i es el número de experimento.

$$\begin{aligned} {}^0\mathbf{T}_{-1} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & +1 & 0.7 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ +1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} & {}^0\mathbf{T}_{-2} &= \begin{pmatrix} 0 & +1 & 0 & 0.7 \\ 0 & 0 & +1 & 0 \\ +1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\ {}^0\mathbf{T}_{-3} &= \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 0.7 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ +1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} & {}^0\mathbf{T}_{-4} &= \begin{pmatrix} +1 & 0 & 0 & 0.7 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

En la figura 6 se muestra una foto del robot completo de seis grados de libertad y las cuatro orientaciones de la muñeca para que el extremo del robot quede orientado según 0T_1 , 0T_2 , 0T_3 y 0T_4 .



Figura 6. Foto del robot según 0T_2 y orientaciones de la muñeca: 0T_1 , 0T_2 , 0T_3 y 0T_4 .

En la figura 7 se muestra la aceleración del extremo ante una referencia de pseudoimpulso (de amplitud limitada) para la articulación 1. (Robot según 0T_3).

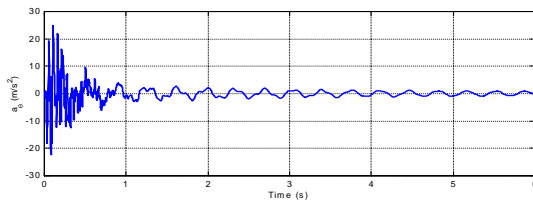


Figura 7.1. a_{θ} ante excitación de la articulación 1.

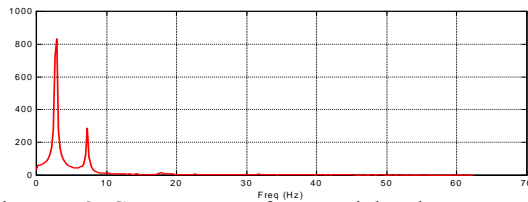


Figura 7.2. Componentes frecuenciales de a_{θ} .

La figura 7.2 muestra tres modos de vibración, el primero de ellos a 2.9297 Hz, el segundo a 7.3243 Hz y el tercero a 17.8223 Hz. La amplitud de esta última componente requiere la ampliación de la gráfica anterior. Si analizamos las componentes a_{ρ} y a_{φ} , se observan cuatro modos de vibración en 2.9297 Hz, 3.6621 Hz, 6.3476 Hz y 7.3243 Hz. Las vibraciones medidas representan únicamente la vibración residual resultante de excitar la estructura flexible perpendicularmente (articulación 1).

En la figuras 8.1 y 8.2 se muestran los resultados obtenidos para la componente a_{θ} si se repite el experimento excitando la articulación 2 en vez de la 1. Las figuras 9 y 10 representan los mismos

resultados para las componentes a_{ρ} y a_{φ} respectivamente.

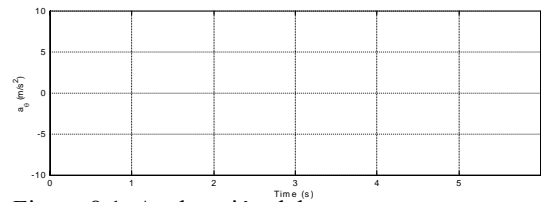


Figura 8.1. Aceleración del extremo a_{θ} ante excitación de la articulación 2.

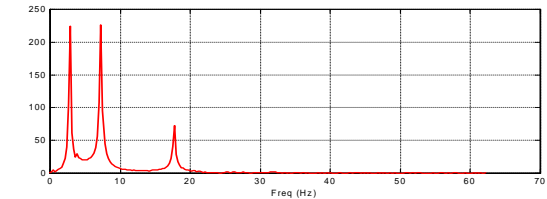


Figura 8.2. Componentes frecuenciales de a_{θ} .

Los tres modos de vibración que aparecen en la figura 8.2 son 2.9297 Hz, 7.3243 Hz y 17.8227 Hz.

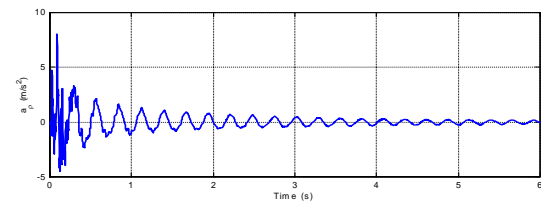


Figura 9.1. a_{ρ} ante excitación de la articulación 2.

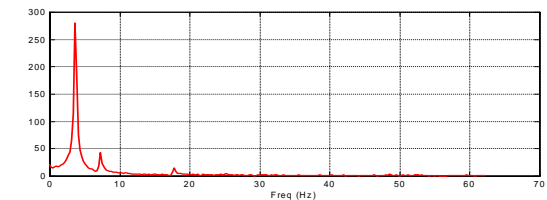


Figura 9.2. Componentes frecuenciales de a_{ρ} .

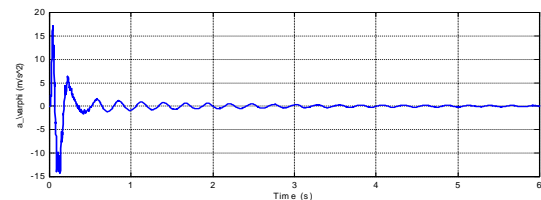


Figura 10.1. a_{φ} ante excitación de la articulación 2.

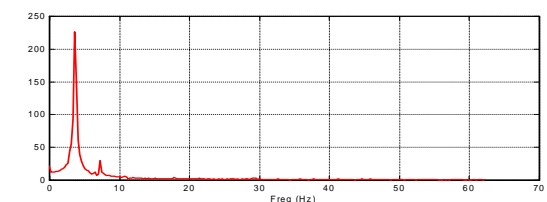


Figura 9.2. Componentes frecuenciales de a_{φ} .

En las figuras 9 y 10, se observan tres modos de vibración a: 3.6621 Hz, 7.3243 Hz y 17.8227 Hz.

Si se repiten estos experimentos para las cuatro orientaciones 0T_1 , 0T_2 , 0T_3 y 0T_4 usando un procedimiento similar los modos de vibración observados son los que se muestran en la Tabla 4.

	ω_1 (Hz)	ω_2 (Hz)	ω_3 (Hz)	ω_4 (Hz)	ω_5 (Hz)
0T_1	2.6855	3.6623	6.3477	7.3242	18.0664
0T_2	2.9297	3.6621	6.3476	7.0801	17.8223
0T_3	2.9297	3.6621	6.3476	7.0801	17.8223
0T_4	2.7893	3.6624	6.3477	7.0801	17.335

Tabla 4. Valores experimentales de los modos de vibración.

De acuerdo con la ecuación (6), se debería observar una sexta componentes frecuencial en los resultados obtenido. Los cálculos teóricos realizados dan esta última frecuencia en 123.45 Hz (para la misma posición y las diferentes orientaciones). La amplitud de esta sexta componente, sin embargo, no se aprecia en el espectro en frecuencia de la señal y se ha supuesto mezclado con el ruido de la misma.

Mediante este análisis estamos listos para realizar un modelo dinámico completo del robot de seis grados de libertad a partir del modelo del brazo de tres grados de libertad previo y en consecuencia se podrán deducir diferentes estrategias de control para el robot a partir de dicho modelo.

6 CONCLUSIONES.

Con el objeto de controlar el robot completo de seis grados de libertad desarrollado por los autores deberá realizarse un modelo del robot completo a partir del modelo del brazo anterior. Este modelo considera el extremo del brazo como una masa puntual y la estructura flexible como una matriz de rigidez, responsable de la dinámica del brazo (3 g.d.l.). Debido a que la muñeca rígida diseñada no puede considerarse como una masa puntual deberá desarrollarse un modelo dinámico más complejo aunque la base de la dinámica es la misma que en el caso del brazo de 3 g.d.l.: la matriz de inercia de la muñeca y la matriz de rigidez de la estructura flexible caracterizan la dinámica del brazo. Los resultados experimentales obtenidos en este artículo validan esta hipótesis. No sólo la posición del extremo, sino también la orientación cambian los modos de vibración del robot, pero está es fácilmente modelable sustituyendo la masa puntual del extremo por la matriz de inercia de la muñeca.

Referencias

- [1] J.R. Agenjo, (2000) "Diseño, puesta a punto y control de una muñeca de tres grados de libertad para robot flexible", *Proyecto final de Carrera. E.T.S.I.I. U.C.L.M.*
- [2] V. Feliu, A. García, J.A. Somolinos, "Gauge Based Tip Position Control of a new Three-degree-of-freedom Flexible Robot", *International Journal of Robotics Research*. Vol. 20, Num. 8 pp. 660-675, August 2.001.
- [3] V.Feliu, K.S. Rattan and H.B. Brown, "Modeling and Control Single-link Flexible Arm with Lumped Masses", *ASME*. Vol 114, Num. 3 pp 59-69. March 1.992.
- [4] V. Feliu, J.A. Somolinos and A. García "Inverse Dynamics Based Control System for a Three Degree-of-freedom Flexible Arm" *IEEE Transactions on Robotics and Automation*. (In Press).
- [5] A. Konno, H. Uchiyama, Y. Kito and M Murukami "Configuration-dependant Vibrator Controlability of Flexible Link Manipulators" *International Journal of Robotic Research*. Vol. 16, Num. 4 pp. 567-576. August 1.997.
- [6] J.A. Somolinos, A. García, V. Feliu y J.R. Agenjo "Control Dinámico de una Muñeca de Tres Grados de Libertad para Robot Flexible" *XXI Jornadas de Automática*. Sevilla, Septiembre de 2000. Edición CD-ROM ISBN 84-699-3163-6.
- [7] J.A. Somolinos, V. Feliu and L. Sánchez "Design, dynamic modelling and experimental validation of a new three-degree-of-freedom flexible arm" *Mechatronics*. Elsevier Science. Vol. 12, Issue 7 pp. 919-948, Sept 2.002.
- [8] F.Y. Wang, J.L. Russel and Z. Liu "Minimum weight design og flexible arms for specifies fundamental frequency" *Journal or Robotic System*. Vol. 14, Num. 1 pp 49-57, January 1.997.
- [9] T. Yoshikawa and K. Harada "Modeling of Flexible Manipulators using virtual rigid links unpassive joints". *International Journal of Robotic Research*. Vol. 15, Num. 3 pp 290-299. June 1.996.
- [10] T. Yoshikawa, K. Harada and A. Matsumoto "Hybrid Position/Force Control of Flexible-Macro/Rigid-Micro Manipulator Systems", *IEEE Transactions on Robotics and Automation*. Vol. 12, Num. 4 pp. 633-640, August 1.996.