

Cuestiones en la Implementación del Control Multivariable: Relevancia de Señales y Priorización

Pedro Albertos, Antonio Sala, Marina Vallés

Universidad Politécnica de Valencia
Dept. of Systems Engineering and Control, P.O.Box. 22012
E-46071 Valencia, Spain. Fax: +34 96 3879579
e-mail: {pedro,asala,mvalles}@aii.upv.es

Resumen

Este artículo presenta la noción de esfuerzo de control y retardos admisibles, así como la integridad ante fallos, de cara a obtener una evaluación aproximada de las distintas prioridades que las diferentes tareas de sensorización y actuación deben tener en una implementación a período de muestreo pequeño de un sistema de control multivariable en tiempo real.

Palabras Clave: sistemas con retardo, control por computador, control en tiempo real, integridad.

1 INTRODUCCIÓN

En control multivariable en general el cálculo del control por medio de un computador implica la sincronización de un número de elementos diferentes para un objetivo común. Las estrategias pueden ser descentralizadas (múltiples unidades de procesamiento de información con poca o nula intercomunicación) o centralizadas (una unidad de procesamiento que recibe y envía toda la información del bucle). Por supuesto, estrategias mixtas pueden existir.

En este trabajo se analizarán dos situaciones dentro de un contexto de control centralizado en tiempo real. El análisis se restringirá, en principio, a control por realimentación del estado.

La primera de las situaciones será analizar el fallo de un actuador o de un instrumento de medida. Este fallo puede ser físico o lógico (pérdida de comunicación o red entre algunos elementos del bucle). En ambos casos, se puede producir una gran degradación del comportamiento, perdiéndose propiedades básicas como la estabilidad. El concepto de "integridad" [6,5] de un sistema de control se suele definir como la capacidad para mantener un

conjunto de especificaciones mínimas ante fallos en actuadores o sensores.

La segunda de las situaciones se referirá a la necesidad de priorización de las distintas tareas de comunicación con sensores, medidas y actuación dentro de un entorno de tiempo real. En efecto, existen retardos inevitables debido a capacidad de computación limitada o la presencia de procesos de comunicación con una cierta temporización, y al uso de recursos compartidos físicos o lógicos en entornos multitarea. Estos retardos también pueden ser fuente de degradación del rendimiento o incluso provocar inestabilidad. Normalmente, el control se diseña sin tener en cuenta estos retardos. Aunque podría diseñarse un control robusto para ellos en algunos casos [1], un análisis de la sensibilidad a retardos puede determinar la asignación de prioridades en el software de control de modo que sus efectos sean minimizados.

Los retardos también pueden estar presentes en el proceso en sí, aunque esta situación no será discutida en este trabajo.

El efecto de los retardos (y, en cierto modo, de los fallos en sensores y actuadores) depende fuertemente de la energía o "vivacidad" de la estrategia de control: si las especificaciones dinámicas del sistema en bucle cerrado no son muy diferentes de las del sistema en bucle abierto, los retardos en el flujo de información o incluso la pérdida de algunos elementos podrían no afectar en exceso el rendimiento conseguido. Por otra parte, si el control se diseña para conseguir un bucle mucho más rápido que lo que es en sí el sistema sin control, entonces pequeños retardos en el control pueden dar lugar a grandes cambios en el comportamiento obtenido. En este trabajo se analizará, como caso extremo, la pérdida de las características de estabilidad.

Una relación entre "esfuerzo de control" y retardos fue definida en [4] para el caso SISO, y en [6] para el caso multivariable. Quizás sorprendentemente, en algunos casos, la presencia de retardo puede mejorar

el ancho de banda del sistema en bucle cerrado. Esto ocurre en los sistemas con *estabilidad condicional en fase* [1], o en sistemas MIMO donde la presencia de retardos puede afectar beneficiosamente al condicionamiento numérico en frecuencias altas [10].

En general, en un diseño de un sistema de control por computador complejo o/y en red, todos los retardos mas el tiempo de ejecución en el peor caso posible deben estar por debajo de un cierto límite para evitar problemas de estabilidad.

En este trabajo, la discusión se centrará en la implementación de reguladores a periodos rápidos, de modo que, al menos teóricamente, el cálculo del controlador puede hacerse mediante diseños usando técnicas de tiempo continuo. No obstante, el efecto de los retardos de proceso o comunicación puede representar una parte significativa del período de muestreo (o ser incluso mayor que él). El análisis independiente de la sensibilidad a retardos para cada variable implicada en el control será una guía para la especificación de los requerimientos de planificación de tiempo real. Este análisis llevará a ordenar las variables según su “relevancia” lo cual se trasladará, más o menos directamente, a la prioridad de las tareas asociadas a ellas.

El análisis planteado en este trabajo se basará en el análisis individual de determinadas funciones de transferencia monovariabes obtenidas por medio del cierre parcial del bucle de control. Los márgenes de fase y de ganancia nos darán información sobre el retardo admisible o/y la integridad ante la pérdida de un determinado “canal” de información del bucle.

El artículo está estructurado como sigue: primero, se plantea un problema simple en el caso de sistemas continuos de una entrada y una salida, lo cual permite establecer definiciones básicas. A continuación, el enfoque es desarrollado para sistemas multivariabes en el caso de realimentación del estado. Unos ejemplos ilustran las ideas principales, las cuales son resumidas en una sección de conclusiones.

2. EL ESFUERZO DE CONTROL EN SISTEMAS SISO

En este apartado se va a considerar el efecto de los retardos en sistemas SISO de tiempo continuo. Si el modelo del proceso se expresa mediante la siguiente función de transferencia:

$$G_p(s) = \frac{y(s)}{u(s)} \quad (1)$$

y que los dos grados de libertad del controlador se representan mediante

$$u(s) = f(s)r(s) - k(s)y(s) \quad (2)$$

donde $r(s)$ representa la referencia externa, la ganancia del bucle viene dada por:

$$G(s) = G_p(s)k(s) \quad (3)$$

Supongamos que el margen de fase del bucle se denota mediante ψ_m . Esto significa que el máximo retardo admisible, Δ , para mantener el sistema estable será aquel que cumpla:

$$\Delta\omega_c = \psi_m \quad (4)$$

donde ω_c es la frecuencia de corte máxima, es decir, la frecuencia máxima tal que

$$|G(j\omega_c)| = 1 \quad (5)$$

Normalmente, esta frecuencia es menor que el ancho de banda del sistema.

Definición 1. El *esfuerzo de control* en un bucle se define como la inversa del retardo máximo admisible:

$$CE = \Delta^{-1} = \frac{\omega_c}{\psi_m} \quad (6)$$

Esto significa que el esfuerzo es proporcional a la frecuencia de corte e inversamente proporcional al margen de fase de la ganancia del bucle.

En el caso de utilizar un controlador proporcional, conforme se aumente la ganancia del controlador, la frecuencia de corte aumentará y el margen de fase se decrementará. Esto significa que el esfuerzo de control aumentará y que, por tanto, el máximo retardo admisible en el bucle de control disminuirá. Esto también será cierto, en muchos casos, al incrementar las prestaciones exigidas al bucle, dentro del compromiso especificaciones-robustez.

Ejemplo 1. Consideremos la siguiente planta

$$G_1(s) = \frac{20}{s(s+3)(s^2+2s+6)} \quad (7)$$

Si se usa un controlador proporcional con $K=0.2$, el trazado de su diagrama de Bode es el que aparece en la figura 1, donde la frecuencia de corte es $\omega_c = 0.223 \text{ rad.s}^{-1}$ y el margen de fase es $\psi_m = 81.47^\circ = 1.42 \text{ rad}$.

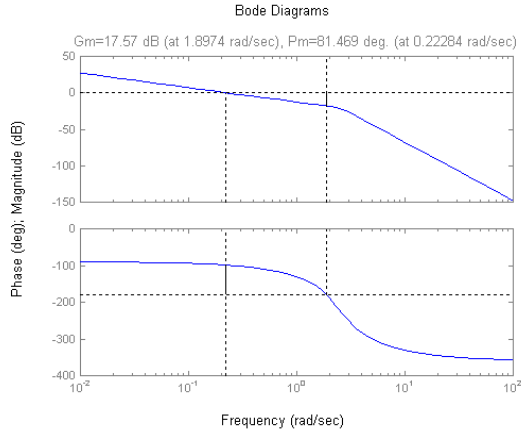


Figura 1: Diagrama de Bode correspondiente a la planta $G_1(s)$ con controlador proporcional P ($K=0.2$).

El esfuerzo de control en este caso es:

$$CE = \frac{0.223}{1.42} = 0.157; \rightarrow \Delta = 6.37s$$

Esto indica que el máximo retardo que puede admitir el bucle sin que aparezcan inestabilidades es de 6.37 segundos. Si se incrementa la ganancia, por ejemplo, para $K=0.6$, el esfuerzo de control se convierte en $CE=1.6$, con lo cual el máximo retardo admisible se reduce a 0.67 s.

2.1. CONTROL POR REALIMENTACIÓN DEL ESTADO

Supongamos ahora que el controlador se diseña e implementa mediante realimentación del estado. Supongamos que el proceso se modela mediante la terna (A,b,c) , donde A es la matriz del sistema de dimensión $n \times n$, b es la matriz de entrada de dimensión $n \times 1$ y c es la matriz de salida de dimensión $1 \times n$:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + bu(t); y(t) = cx(t) \quad (8)$$

Sin perder generalidad, se escoge para la terna (A,b,c) una forma canónica controlable, [8], y llamaremos $A(s)$ al polinomio característico de A ,

$$A(s) = |sI - A| = \prod_{i=1}^n (s - a_i); A_n = -\sum_{i=1}^n a_i \quad (9)$$

donde $a_i, i = 1, \dots, n$ son los polos en bucle abierto del sistema y A_n es el coeficiente de s^{n-1} .

Si, como resultado de un diseño por asignación de polos o por cualquier método de optimización, se obtiene un controlador por realimentación del estado, tal que:

$$u(t) = -kx(t) + r(t) \quad (10)$$

el sistema controlado será:

$$\dot{x}(t) = (A - bk)x(t) + br(t) \quad (11)$$

El polinomio característico del bucle cerrado lo denotaremos por:

$$P(s) = |sI - A + bk| = \prod_{i=1}^n (s - p_i);$$

$$P_n = -\sum_{i=1}^n p_i \quad (12)$$

donde $p_i, i = 1, \dots, n$ son los polos de bucle cerrado del sistema controlado, y P_n es el coeficiente de s^{n-1} .

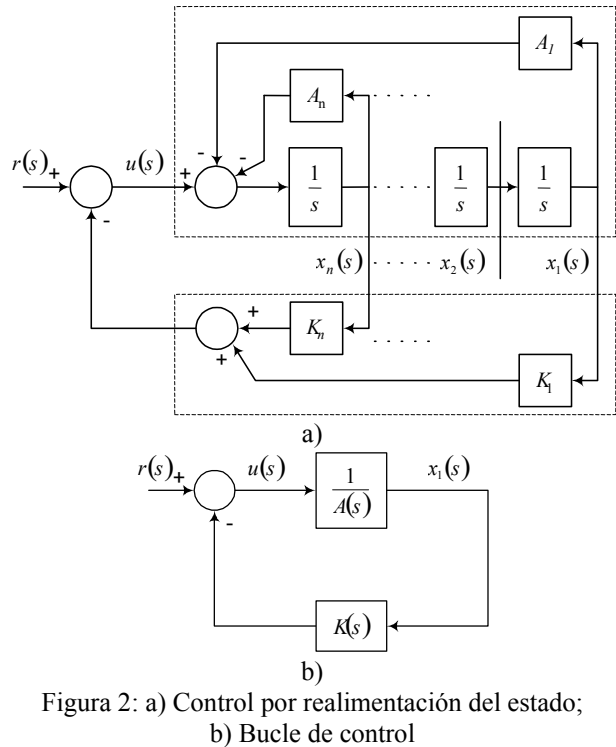


Figura 2: a) Control por realimentación del estado; b) Bucle de control

Tal como se puede apreciar en la figura 2.a, el control por realimentación del estado se puede expresar fácilmente mediante un bucle en forma de función de transferencia, tal como se muestra en la figura 2.b.

$$G(s) = \frac{K(s)}{A(s)} = k(sI - A)^{-1}b \quad (13)$$

donde los coeficientes del polinomio

$$K(s) = P(s) - A(s) \quad (14)$$

son las entradas de la matriz de realimentación $-k$, en (10).

La respuesta en frecuencia del bucle viene dada por:

$$G(j\omega) = \frac{K(j\omega)}{A(j\omega)}$$

$$G(j\omega) = \frac{K_n(j\omega)^{n-1} + \dots + K_1}{(j\omega)^n + A_n(j\omega)^{n-1} + \dots + A_1} \quad (15)$$

Esta expresión proporciona una idea sobre la relación entre el esfuerzo de control y el desplazamiento de polos.

2.2. ESFUERZO DE CONTROL Y DESPLAZAMIENTO DE LOS POLOS

Si se asume la existencia de un retardo Δ en la acción de control (10), la expresión correspondiente al sistema realimentado será:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) - bKx(t - \Delta) + br(t - \Delta) \quad (16)$$

la función de transferencia del bucle es la que aparece en la figura 3, siendo ésta:

$$G_\Delta(s) = k(sI - A)^{-1} b.e^{-\Delta s} \quad (17)$$

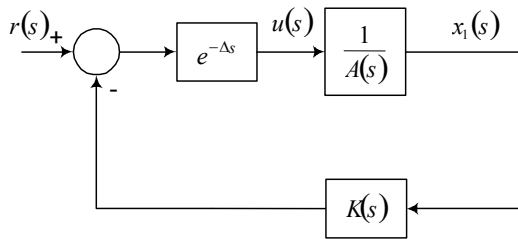


Figura 3: Control con retardo por realimentación del estado.

Supongamos que se cumple que $P_n \gg A_n$, es decir, supongamos que los polos de bucle cerrado han sido desplazados en gran medida hacia la izquierda de tal manera que se ha mejorado la respuesta temporal del sistema. Para poder estimar el margen de fase del sistema controlado (11), teniendo en cuenta (5) y (15) tendríamos que llegar a la expresión:

$$|G(j\omega_c)| = 1, \rightarrow 1 \cong \left| \frac{K_n}{j\omega_c} \right| \rightarrow \omega_c \cong K_n = -P_n + A_n \quad (18)$$

De ella se desprende que el *esfuerzo de control* es proporcional al desplazamiento de los polos, desde su posición en el sistema en bucle abierto a la posición en bucle cerrado, es decir:

$$CE \approx \sum_{i=1}^n (a_i - p_i) = -\sum_{i=1}^n (p_i - a_i) = K_n = A_n - P_n \quad (19)$$

Observación 1: Dado que un valor normalmente deseado de margen de fase se suele situar alrededor de 1 rad , el retardo máximo admisible suele estar alrededor de la inversa de la frecuencia de corte.

Ejemplo 2. Supongamos que se diseña el controlador por realimentación del estado para la planta $G_1(s)$ del Ejemplo 1. Si los polos del bucle cerrado se desea asignarlos en $p = [-4+2j, -4-2j, -8, -10]$ éste, para las variables de estado en la forma canónica controlable tendrá como expresión:

$$k = [1600 \ 982 \ 232 \ 21]$$

La respuesta libre de la salida del sistema, desde $x_0^T = [1 \ 0 \ 0 \ 0]$ se muestra en la figura 4, curva a. Hay que tener en cuenta que

$$K_4 = P_4 - A_4 = 26 - 5 = 21$$

Por tanto, el desplazamiento total de los polos es 21. El diagrama de Bode para la función de transferencia en bucle abierto (13), $[G(s) = k(s - IA)^{-1}b]$, muestra una frecuencia de corte $\omega_c = 21.6 \text{ rad.s}^{-1}$ y un margen de fase $\psi_m = 74^\circ = 1.3 \text{ rad}$. Esto implica que el retardo máximo admisible es de 60 ms , cercano a la inversa del desplazamiento de los polos. Si se considera un retardo de $\Delta = 65 \text{ ms}$, la respuesta del sistema se muestra en la curva b, poniendo de manifiesto el comportamiento inestable que aparece en este caso.

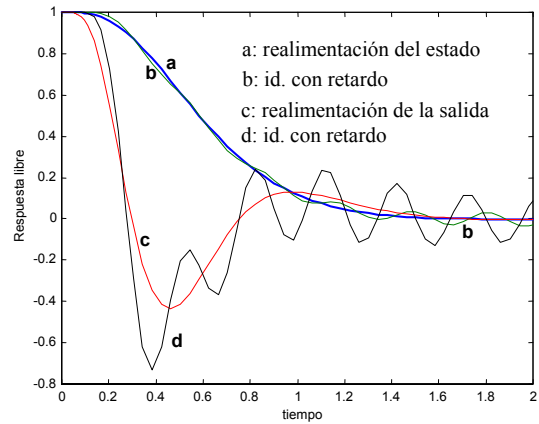


Figura 4: Respuesta libre del control por realimentación del estado y salida del proceso del ejemplo 1.

Observación 2: Aunque el sistema se definió originalmente como un sistema SISO, (7), la realimentación incluye no sólo la salida sino que también se supone que el estado completo es medido (ver figura 2.a). De cara a considerar la importancia de cada medida, si el bucle de control se abre en cada punto de medida, de debería calcular la ganancia del bucle en cada caso, de manera que el máximo retardo admisible se pueda calcular. Cabe tener en cuenta que el desplazamiento de los polos es nulo excepto

en el caso de que la realimentación de la variable de estado x_4 se abra.

Así, el retardo en la medida se puede analizar en un marco más general.

2.3. CONTROL POR REALIMENTACIÓN DE LA SALIDA

Consideremos ahora un controlador por realimentación de la salida dinámico, siendo $k(s)$ su función de transferencia. Se supone que este controlador ha sido diseñado con el objetivo de cumplir con las mismas especificaciones que el correspondiente a la realimentación del estado, a través de un filtro u observador implícito. Por lo tanto, se espera una degradación mayor de la respuesta que en el anterior caso.

Supongamos una realimentación dinámica a través del sistema:

$$\dot{\hat{x}}(t) = (A - lc)\hat{x}(t) + bu(t) + ly(t) \quad (20)$$

donde la matriz diseñada (vector fila) l se calcula de cara a conseguir asignar los polos del observador de manera que se obtenga un buen seguimiento del estado observado, $\hat{x}(t)$ [8]. Si la ley de control (10) es ahora:

$$u(t) = -k\hat{x}(t)$$

la función de transferencia del controlador realimentado es:

$$k(s) = \frac{u(s)}{y(s)} = k(sI - A + lc + bk)^{-1}l \quad (21)$$

Hay que tener en cuenta que, en este caso, hay dos parámetros de diseño: k para asignar los polos en bucle cerrado y l para definir los polos del observador.

En el caso de que, o bien la medida, o bien la acción de control se retrasen, se deberá calcular cuál es el máximo retardo admisible en el bucle de la función de transferencia. Teniendo en cuenta (21) y (13), esta función de transferencia será:

$$\begin{aligned} G(s) &= k(s).G(s) = \\ &= k(sI - A + lc + bk)^{-1}l \cdot c(sI - A)^{-1}b \end{aligned} \quad (22)$$

Ejemplo 3. Supongamos de nuevo que tenemos el sistema del ejemplo anterior. Se incluye un observador de estado de manera que los polos se sitúen en $p_o = [-9, -10, -15, -20]$. La ganancia del observador, l (tal que los valores propios de $(A-lc)$ coincidan con los polos p_o), es:

$$l = [-49 \quad -798 \quad -4254 \quad 4728]^T$$

La respuesta de la salida, partiendo de las mismas condiciones iniciales que en el caso anterior es la mostrada en la figura 4.c. El estado inicial del observador es nulo, y debido al error inicial en el estado, hay un transitorio peor que en el caso anterior.

La función de transferencia ahora viene dada por (22). De nuevo, si el retardo es $\Delta=60$ ms, la respuesta empieza a oscilar tal como se muestra en la figura 4.d.

Observación 3: En este caso, el retardo puede considerarse que aparece en el sistema de adquisición de datos (retardo en la salida), en la actualización de la ley de control (retardo en el control) o en los canales de comunicación (cualquiera de ellos o ambos), el efecto es siempre el mismo.

Observación 4: En el caso general, el concepto de esfuerzo de control no puede únicamente relacionarse con el desplazamiento de los polos. De hecho, en un controlador proporcional, $k(s)=k$, tal como se muestra en el Ejemplo 1, no hay desplazamiento de polos pero es evidente que en la medida en que la ganancia se aumente, el retardo de tiempo permitido decrece y por tanto, el esfuerzo de control debería incrementarse. Ver también la Observación 2.

3. SISTEMAS MULTIVARIABLES

En el control de sistemas multivariables por realimentación del estado, la asignación de polos se consigue mediante la ganancia de realimentación del estado K , en teoría mediante la medición simultánea de todo el estado y la aplicación simultánea de todas las acciones de control, a un período suficientemente rápido si el diseño se ha realizado con técnicas de tiempo continuo.

El modelo del sistema estará dado por:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t); \quad y(t) = Cx(t) \quad (23)$$

y, suponiendo realimentación del estado ($C=I$), la ley de control:

$$u(t) = -Kx(t) \quad (24)$$

resultará en un bucle cerrado cuya matriz de transición será $(A-BK)$.

En la implementación por computador, y más aún en un entorno multitarea, esa sincronización "ideal" no es posible y se debe secuenciar o priorizar cada una

de las variables. En particular, se supondrá que la implementación se realiza según el esquema de tareas siguiente:

1. Tareas de sensorización: tareas concurrentes, encargadas de manejar los recursos hardware o de red necesarios para obtener las medidas de las variables de estado de ciertos dispositivos físicos.
2. Tareas de actuación: tareas encargadas de la comunicación con cada actuador del sistema.

Las tareas de sensorización escribirán en una memoria compartida el último valor leído de una variable de estado $x_j(t_j)$, y las tareas de actuación evaluarán la acción correspondiente a cada actuador leyendo la memoria compartida y evaluando el producto de la fila correspondiente de K por los valores de las variables de estado.

Adoptemos la notación:

$$K = [k_1 \quad k_2 \quad \dots \quad k_n] = \begin{bmatrix} {}_1k \\ \vdots \\ {}_mk \end{bmatrix} \quad (25)$$

donde k_i es la columna i de la matriz K y ${}_jk$ es la fila j , respectivamente. Una notación similar se definirá para la matriz entrada-estado B .

Con esta notación, las tareas de actuación escribirán en el actuador j el resultado $u_j = {}_jkx$.

El objetivo de la discusión es determinar un índice de “relevancia” para cada tarea de sensorización o actuación que permita establecer una ordenación de prioridades para la planificación en tiempo real del software de control.

Definiremos la relevancia de cada variable como sigue:

Definición 2. La relevancia de una variable es la inversa del máximo retardo admisible en su transmisión para que se mantenga un comportamiento estable.

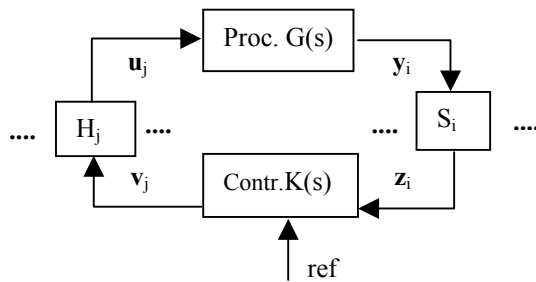
Para una lectura de variable de estado, la relevancia se referirá al retardo de proceso o comunicación de la tarea de sensorización, y para una actuación se referirá al posible retardo de la tarea asociada.

Aunque se podría realizar un análisis más detallado, por simplicidad, se supondrá que el resto de sensores y actuadores están activos y sin retardo, dado que los objetivos son el obtener, mediante una herramienta sencilla, información para el diseño del software de control, y no un completo análisis de robustez ante

multitud de factores como retardos y errores de modelado.

Consideremos la relevancia de las lecturas de variables. Para ello, se asumirá que un retardo se introduce entre y_i y z_i en la figura 5. El máximo retardo admisible se puede calcular a partir de la función de transferencia de bucle “abierto” entre z_i e y_i obtenida abriendo dicho bucle y manteniendo cerrados todos los demás.

En el caso de un regulador genérico, denotemos con e_i al vector columna i -ésimo de la base canónica ($0 \dots 0 \ 1 \ 0 \dots$), y con $\Delta_i = I - e_i e_i^T$. El proceso $G(s)$ y el regulador $K(s)$ están interconectados según el diagrama de bloques de la figura:



Abrir el bucle de medida de la variable i ($S_i=0$) implica que:

$$y_i(s) = e_i^T G(s) (I - G(s) K_i(s))^{-1} k_i(s) z_i(s)$$

donde $K_i(s)$ representa el regulador con la columna i de la matriz de transferencia eliminada, y $k_i(s)$ representa dicha columna i . En el caso de realimentación del estado su expresión es particularmente simple:

$$\frac{y_i(s)}{z_i(s)} = {}_i c (sI - A + BK_i)^{-1} B k_i \quad (27)$$

donde ${}_i c$ representa la fila i de la matriz de salida C (que asumimos la identidad, por lo que es igual a e_i^T). Calculando el margen de fase ϕ_m y la frecuencia de corte, se puede obtener la relevancia de la medida en (6). Asimismo, los polos de dicha función nos informan sobre la *integridad* (tolerancia a fallo) del bucle respecto a la pérdida total de dicha sensorización. La evaluación del margen de fase en caso de no tener integridad puede requerir especiales consideraciones ya que el diagrama de Nyquist de la función de transferencia (27) dará el número de vueltas al punto -1 determinado por el número de polos inestables presentes (dado que al cerrar el bucle sin retardo, el resultado será estable).

De modo similar, para una entrada genérica u_j su relevancia será caracterizada por el esfuerzo de control (inversa del retardo admisible sin inestabilizar el bucle). Para evaluar la relevancia, el resto de acciones de control se supondrán cerradas sin retardo, y se abrirá el bucle entre la acción en consideración calculada por el controlador y su entrada en la planta. Aunque, como en el caso de sensores, podría ser evaluada en un caso general, en el caso particular de la realimentación del estado, su expresión es:

$$\frac{v_j(s)}{u_j(s)} = k(sI - A + B_j K)^{-1} b_j \quad (28)$$

El margen de *reducción* de ganancia en estas funciones (si no es infinito, que denotaría que se tiene integridad al poder reducir a cero la ganancia manteniendo estabilidad) nos puede indicar lo “lejos” que se está de conseguir la mencionada integridad para, posiblemente, reemplazar las especificaciones de control por otras algo menos agresivas de modo que se mantenga la integridad, si ése no fuera el caso en un primer diseño. El diseño con integridad de realimentación del estado ante pérdidas totales de actuadores es discutido en más detalle en [5].

4. EJEMPLO

Consideremos un reactor químico exotérmico según descrito en [7], [9]. La disposición de los distintos elementos aparece en la figura 6. El sistema está formado por dos actuadores que controlan el flujo reactivo, $F(t)$, y el flujo de agua refrigerante, $F_j(t)$. Incluye también tres sensores que proporcionan la medida de las temperaturas del reactor y de la funda

enfriante, T y T_j , respectivamente, así como la concentración del producto principal, C_a . Estas variables se escogen como variables de estado de tal manera que los vectores de entrada y de estado serán respectivamente:

$$x = [C_a \quad T \quad T_j]^T; \quad u = [F \quad F_j]^T \quad (29)$$

Un modelo linealizado del reactor, tal como se describe en las referencias, viene dado por (23), donde:

$$A = \begin{bmatrix} -1.705 & -0.2519 & 0 \\ 23.088 & -28.71 & 20.9 \\ 0 & 200.3 & -216.89 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} 2.918 & 0 \\ -28.6 & 0 \\ 0 & -415.29 \end{bmatrix}$$

y C es la matriz unidad. Los polos del sistema (23) en bucle abierto son:

$$\{a_i\} = \{eig(A)\} = \{-2.5878, -7.73, -236.987\}; \\ A_n = -247.3$$

Supongamos que los polos deseados en bucle cerrado son $p = \{-20, -20, -240\}$, lo cual significa que $P_n = -280$.

Una posible ley de control sería:

$$u(t) = Kx(t);$$

$$K = \begin{bmatrix} 36.48 & -1.76 & 3.12 \\ -1.70 & -0.39 & 0.30 \end{bmatrix} \quad (30)$$

Si se cierra el camino desde la entrada u_1 , los polos de la ganancia del bucle para la segunda entrada son:

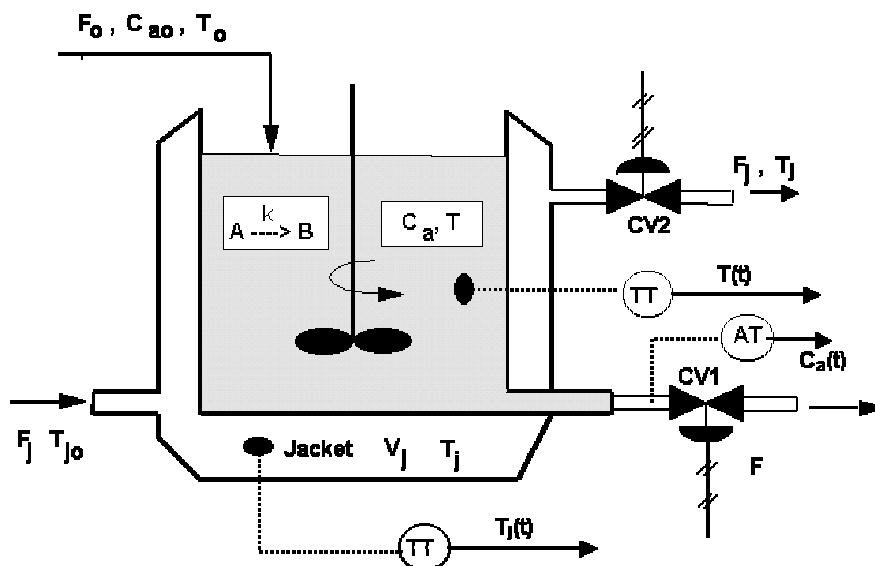


Figura 6: Reactor exotérmico.

$$\{eig(A - b_{1,k})\} = \{-41, -20, -343\};$$

$$S_2 = -343 - 41 - 20 = -404$$

Por tanto, el desplazamiento de los polos al cerrar el camino desde u_2 es:

$$S_2 - P_n = 124$$

Para poder evaluar la relevancia de una medida, en este caso una de las variables de estado, la columna de K correspondiente ha de considerarse nula para calcular los polos de bucle abierto. De acuerdo con (26), si denominamos

$$K_1 = [K]_{k_1=0} = [0 \quad k_2 \quad k_3]$$

y los polos del bucle abierto para x_1 son:

$$\{eig(A - BK_1)\} = \{-0.96 \quad -152.6 \quad -20\};$$

Por tanto, el desplazamiento de los polos al cerrar este camino es:

$${}_1S - P_n = 106$$

El máximo retardo admisible para cada variable se calcularía a partir de la respuesta en frecuencia de las funciones (27) o (28). Los resultados se resumen en la siguiente tabla 1.

| Variable | u_2 | u_1 | x_1 | x_2 | x_3 |
|-----------------|-------|--------|--------|--------|--------|
| Polos | -41 | 0.01 | -0.96 | -20 | -20 |
| BA | -20 | -20 | -152.6 | -271.0 | -154.1 |
| | -342 | -103.3 | -20 | 61.21 | -229.9 |
| Integridad | SI | NO | SI | NO | SI |
| retraso | Inf. | 0.0163 | 0.052 | 0.0125 | Infity |
| 1/retraso | 0 | 61.25 | 19.2 | 80.1 | 0 |
| Mínima Ganancia | 0 | 0.0002 | 0 | 0.78 | 0 |
| Despl. | -124 | +157 | +106 | +50 | -125 |

Tabla 1: Relevancia de variables en un sistema de control MIMO

Claramente, aparece que la escritura de u_1 y la lectura de x_2 deben tener mucha más garantía de ejecución sin retrasos que el resto de variables. La variable menos relevante parece ser, en principio, la sensorización de la tercera variable de estado que admite cualquier cantidad de retardo sin causar inestabilidad. Los retrasos en el actuador 2 tampoco resultan relevantes y, de hecho, paradójicamente quizás en principio, los polos son más rápidos que con los dos actuadores en funcionamiento.

En cuanto al análisis de la integridad ante fallos, vemos que la estrategia propuesta no mantiene integridad ante fallos en la actuación u_1 o la medida x_2 . Además, la estabilidad se pierde si la ganancia del

actuador o sensor se reduce un 99.98% o un 22% respectivamente, por lo que cambios significativos de la estrategia de control pueden ser necesarios para mantener la integridad ante fallos del sensor de x_2 , pero no así en u_1 . Estas cuestiones se abordan en más detalle en [5].

5. CONCLUSIONES

En este trabajo se discuten distintas formas de obtener, de forma cualitativa, indicadores de relevancia para la priorización en tiempo real de las distintas tareas y para determinar la integridad ante la pérdida completa de un sensor o actuador. Se estudia el caso de realimentación del estado, en particular, y se plantea el retardo abriendo bucles uno a uno o el desplazamiento de los polos como posibles indicadores de la relevancia.

Referencias

- [1] Albertos, P. (2002). "Phase conditionally stable systems" *Asian Control Conference*. Singapore.
- [2] Albertos, P., Crespo, A. (1999) "Real-time control of non-uniformly sampled data systems". *Control Engineering Practice*, 7:445-458.
- [3] Albertos P., Crespo A., Ripoll I., Vallés M., Balbastre P. (2000) "RT control Scheduling to reduce control performance degrading". *39th IEEE Conference on Decision and Control*. December 12-15. Sydney.
- [4] Albertos, P., Olivares, M. (1999) "Time Delay Limitations in Control Implementation." *European Control Conference*.
- [5] Albertos, P., Sala, A. (2004) "State Feedback control with Integrity". Enviado a II IFAC Symp. On System Structure and Control, Oaxaca, Mexico
- [6] Grossdidier, P., Morari, M., Holt B. (1985) "Closed-loop properties from steady state gain formulation". *IEC Fund.* 24 221-235.
- [7] Marlin, T.E. (2000) *Process Control*. Chem. Eng. McGraw Hill, Singapore, 2nd edition,
- [8] Ogata, K. *Modern Control Engineering*. Prentice-Hall, 4th edition, 2002.
- [9] Perez M. and Albertos. P. (2004). "Self oscillating and chaotic behaviour of a PI controlled CSTR with control valve saturation". *Journal of Process Control*, Vol. 14.pp 51-59.
- [10] Skogestad S., Postlethwaite, I. (1996) *Multivariable Feedback Control*. Wiley, NY.