

ANÁLISIS DE CONTROLADORES BORROSOS EN UNA RED DE COMUNICACIONES CON RETARDOS Y PÉRDIDAS

M. García, A. Barreiro

Departamento de Ingeniería de Sistemas y Automática
Escuela Superior de Ingenieros Industriales y de Minas
Campus Universitario Lagoas-Marcosende, 36200, Vigo, España
e-mail: mgrivera@uvigo.es

Resumen

Este artículo estudia la estabilidad de un sistema de control en red, Networked Control System o NCS, es decir, planta y controlador están unidos por un sistema de comunicaciones. El control considerado es borroso en tiempo discreto. La presencia de la red de comunicaciones introduce retardos y pérdidas que degradan la estabilidad del sistema. La herramienta utilizada para el estudio de la estabilidad es la teoría de Lyapunov. Se analiza la estabilidad en presencia de retardos fijos, retardos variables y con pérdidas en la transmisión de datos. Se aplican estos conceptos al ejemplo del servomotor.

Palabras Clave: Control borroso, Estabilidad de Lyapunov, Tiempo discreto, Sistema de Control en Red.

1 INTRODUCCIÓN

En los años 90 [1], el desarrollo del microprocesador produjo que el control digital se aplicara extensamente en la industria. Además, sensores y actuadores se equipan con interfaces de red, de tal forma que se comporten como nodos independientes dentro de una red de comunicaciones (figura 1). En esta situación el lazo de realimentación se cierra a través de la red de comunicaciones, que por el hecho de ser un sistema compartido, introduce retardos e incluso pérdidas en los datos que transmite [5].

La introducción de la red de comunicaciones en el bucle de realimentación hace el análisis y diseño del sistema de control en red más complejo. El control convencional usa enlaces punto a punto, en los cuales los retardos del sensor al controlador y del controlador al

actuador son nulos y la información no se pierde. Las redes de comunicación son medios de transmisión no fiables, lo cual significa que la información puede sufrir retardos o incluso perderse. Los retardos, constantes o variables, degradan las prestaciones del sistema e incluso pueden desestabilizarlo. Existen dos retardos en el sistema, el retardo entre sensor y controlador τ_k^{sc} y el retardo entre el controlador y el actuador, τ_k^{ca} . Un retardo computacional, puede incluirse en cualquiera de ambos.

Algunos autores han propuesto diferentes configuraciones para sistemas de control en red [6, 9, 10]. El nodo sensor es síncrono, es decir, el nodo muestrea con período h una o más variables y envía la información en un paquete de datos al controlador. Controlador y actuador son asíncronos, es decir, comienzan su actividad sólo cuando un paquete es recibido. El retardo final entre sensor y actuador es menor que el tiempo de muestreo, $\tau_k = \tau_k^{sc} + \tau_k^{ca} < h$ como muestra la figura 2.

La estabilidad de Lyapunov está relacionada con el comportamiento de las trayectorias de un sistema, cuando su estado inicial se encuentra cerca de un equilibrio. Desde el punto de vista práctico este punto es importante, ya que las perturbaciones que afectan a un sistema tienden a separarlo del equilibrio. Dentro del organigrama general de las diversas teorías de estabilidad, la de Lyapunov se engloba en aquella área que trata con las variables de estado del sistema, y por tanto, tiene que ver con la representación interna de los sistemas. En [4, 7, 8] se encuentran estudios completos sobre esta teoría.

La formulación del problema que aborda este artículo parte de un control diseñado en tiempo continuo sin retardos ni pérdidas. La introducción de los sensores síncronos transforma el sistema en tiempo continuo en otro en tiempo discreto. En la sección 2 se analiza el modelado del sistema en tiempo discreto. Posteriormente se estudia la estabilidad para los casos de

pérdidas de datos, retardos fijo y retardos variables. Para todos los casos se estudia en detalle la forma en que se demuestra la estabilidad. Además se aplican estos resultados al caso de un servomotor.

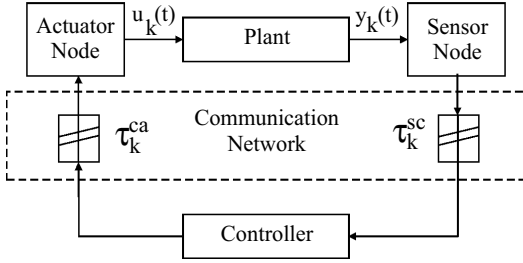


Figura 1: Sistema de control en red.

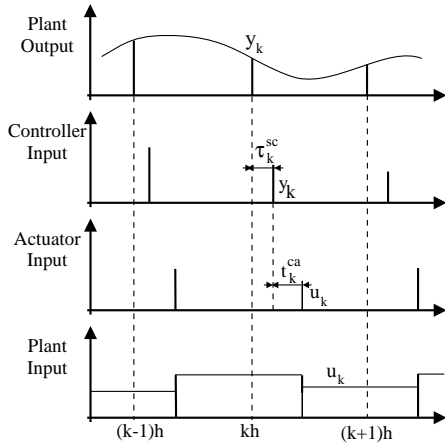


Figura 2: Retardos en el bucle de realimentación.

2 DESCRIPCIÓN DEL SISTEMA

Consideremos un sistema continuo en el cual la dinámica de la planta y el controlador está definida por:

$$\dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}) + bKu = A\mathbf{x} + bKH(\mathbf{x}) \quad (1)$$

donde $\mathbf{x} \in \mathcal{R}^n$ es el estado de la planta, $u \in \mathcal{R}$ es la entrada controlada, $f(\mathbf{x}) \in \mathcal{R}^n$ y $b \in \mathcal{R}$ representan la planta, y $H(\mathbf{x})$ el controlador borroso.

Dado que los sensores son síncronos, el sistema en tiempo continuo (1) dentro de la red de comunicaciones se transforma en un sistema en tiempo discreto con período h , descrito por [1]:

$$\mathbf{x}_{k+1} = \Phi\mathbf{x}_k + \Gamma K u_k = \Phi\mathbf{x}_k + \Gamma KH(\mathbf{x}_k), \quad (2)$$

donde $\Phi = \Phi(h) = e^{Ah}$ y $\Gamma = \Gamma(h) = \int_0^h e^{As} b ds$.

La condición de estabilidad de Lyapunov para sistemas en tiempo discreto dada por la expresión (2), se desar-

rolla como:

$$\begin{aligned} V(\mathbf{x}_{k+1}) - V(\mathbf{x}_k) &= \mathbf{x}'_{k+1} P \mathbf{x}_{k+1} - \mathbf{x}'_k P \mathbf{x}_k = \\ &= [\Phi\mathbf{x}_k + \Gamma KH(\mathbf{x}_k)]' P [\Phi\mathbf{x}_k + \Gamma KH(\mathbf{x}_k)] - \mathbf{x}'_k P \mathbf{x}_k = \\ &= \mathbf{x}'_k \Phi' P \Phi \mathbf{x}_k + \mathbf{x}'_k \Phi' P \Gamma KH(\mathbf{x}_k) + \Gamma' KH(\mathbf{x}_k) P \Phi \mathbf{x}_k + \\ &\quad \Gamma' KH(\mathbf{x}_k) P \Gamma KH(\mathbf{x}_k) - \mathbf{x}'_k P \mathbf{x}_k = \\ &= \mathbf{x}'_k \Phi' P \Phi \mathbf{x}_k + 2\Gamma' P \Phi \mathbf{x}_k KH(\mathbf{x}_k) + \\ &\quad \Gamma' P \Gamma K^2 H^2(\mathbf{x}_k) - \mathbf{x}'_k P \mathbf{x}_k < 0, \quad \forall \mathbf{x}_k \neq 0 \quad (3) \end{aligned}$$

donde \mathbf{x}_k es el estado del sistema, Φ y Γ representan la planta en tiempo discreto y $H(\mathbf{x}_k)$ su controlador de lógica borrosa, P es una matriz real, simétrica y definida positiva y K es una ganancia variable que representa una perturbación o una posible imprecisión del modelo. Por lo tanto, según el segundo método de Lyapunov el sistema será estable, si existe alguna matriz P que cumpla (3) para cualquier \mathbf{x}_k no nulo.

Todos los análisis propuestos, casos de pérdidas, retardo fijo y retardo variable, se aplicaran al ejemplo del servomotor. Su dinámica se rige por la siguiente expresión:

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0.7 \end{pmatrix} u$$

donde x_1 y x_2 son respectivamente la posición y la velocidad del motor. Las funciones de pertenencia de los antecedentes y de los consecuentes del controlador son las indicadas en la figura 3, y la base de reglas se representa en la tabla 1.

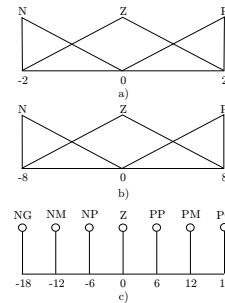


Figura 3: Funciones de pertenencia para el servomotor: a) x_1 ; b) x_2 ; c) u .

3 PÉRDIDA DE DATOS

En esta situación la red de comunicaciones que cierra el lazo de realimentación no introduce retardo alguno, pero sí pérdidas de algunas muestras. Esta situación se refleja en la figura 4, donde puede verse que la entrada de la planta en $4T$, $7T$ y $8T$ no se actualiza debido a las pérdidas de u_4 , u_7 y u_8 respectivamente. Esto provoca problemas de estabilidad cuando se pierden

varias muestras consecutivas, en incluso en el caso de la pérdida de una sola si el período de muestreo de la planta es crítico.

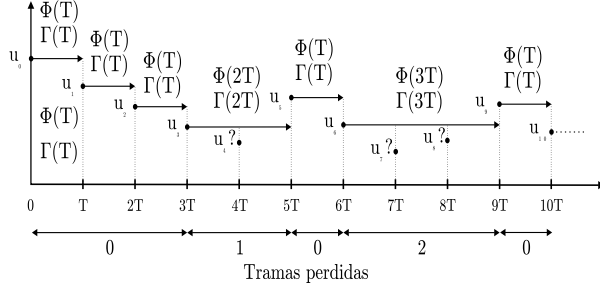


Figura 4: Pérdida de datos.

Analizaremos el sistema en esta situación como un sistema con período de muestreo variable, donde este es un múltiplo de un período básico T , es decir, $h \in \{T, 2T, 3T, \dots\}$. Si la entrada a la planta en kT , u_k , no se pierde, el sistema desde kT a $(k+1)T$ se rige por $\Phi = \Phi(T)$ y $\Gamma = \Gamma(T)$. Si se pierde una única entrada u_k en kT , el sistema desde $(k-1)T$ hasta $(k+1)T$ se rige por $\Phi = \Phi(2T)$ y $\Gamma = \Gamma(2T)$. Si se pierden dos muestras consecutivas u_k y u_{k+1} en kT y $(k+1)T$ respectivamente, ahora el sistema de $(k-1)T$ hasta $(k+2)T$ se rige por $\Phi = \Phi(3T)$ y $\Gamma = \Gamma(3T)$. De esta forma, cuando se pierdan M muestras consecutivas, el sistema se regirá por $\Phi = \Phi((M+1)T)$ y $\Gamma = \Gamma((M+1)T)$ entre la última muestra recibida y la siguiente.

El sistema será estable si en los instantes en que se actualiza la entrada de la planta la energía del sistema decrece. Por lo tanto, si encontramos una matriz de Lyapunov P válida para un conjunto de múltiplos consecutivos del período de muestreo de la planta, $\{T, 2T, 3T, \dots, (M+1)T\}$, podemos garantizar que dicha planta es estable incluso perdiendo un número máximo de M muestras consecutivas. Si definimos $\mathcal{P}^{h=T}$ como el conjunto de todas las matrices de Lyapunov para el sistema dado por (2) con un tiempo de muestreo $h = T$, entonces el número máximo de muestras consecutivas que se pueden perder, M ,

$x_1 \backslash x_2$	N	Z	P
N	NP (u_{-1-1})	PM (u_{-10})	PG (u_{-11})
Z	NM (u_{0-1})	Z (u_{00})	PM (u_{01})
P	NG (u_{1-1})	NM (u_{10})	PP (u_{11})

Tabla 1: Base de reglas para el servomotor.

garantizando que el sistema es estable viene dado por

$$M = \sup_m \{ \mathcal{P}^{h=T} \cap \mathcal{P}^{h=2T} \cap \dots \cap \mathcal{P}^{h=(m+1)T} \neq \emptyset \} \quad (4)$$

En la figura 5 se observan los resultados para el ejemplo del servomotor. Si el tiempo de muestreo es $h = 0.25$, el sistema permite hasta la pérdida de 4 muestras consecutivas. Es decir, existe una matriz de Lyapunov válida para $h \in \{0.25, 0.5, 0.75, 1, 1.25\}$, por lo que el sistema es estable pues la energía del sistema disminuye cuando se actualiza la entrada. Se observa que la intersección de $\mathcal{P}^{h=0.25}$ con $\mathcal{P}^{h=1.25}$ es mínima y con $\mathcal{P}^{h=1.5}$ es nula. Aunque el sistema es estable hasta $h = 3.1$, a partir de $h = 1.5$ no existe ninguna P válida que también pertenezca a $\mathcal{P}^{h=0.25}$.

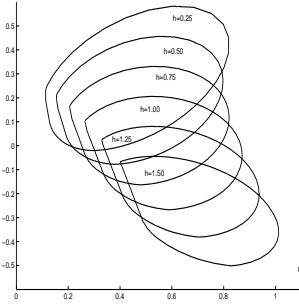


Figura 5: $\mathcal{P}^{h=0.25}$, $\mathcal{P}^{h=0.5}$, $\mathcal{P}^{h=0.75}$, $\mathcal{P}^{h=1}$, $\mathcal{P}^{h=1.25}$ y $\mathcal{P}^{h=1.5}$.

4 RETARDO CONSTANTE

Si la red de comunicaciones introduce un retardo fijo en cada muestra, y consideramos este siempre menor al período de muestreo, el estado de la planta se describe por

$$\mathbf{x}_{k+1} = \Phi \mathbf{x}_k + \Gamma_0(\tau) u_k + \Gamma_1(\tau) u_{k-1}$$

donde $\Phi = e^{Ah}$, $\Gamma_0(\tau) = \int_0^{h-\tau} e^{As} ds B$ y $\Gamma_1(\tau) = e^{A(h-\tau)} \int_0^\tau e^{As} ds B$.

Tomando como nuevo estado de la planta con retardo el siguiente:

$$\mathbf{z}_k = \begin{pmatrix} \mathbf{x}_k \\ \mathbf{u}_{k-1} \end{pmatrix}$$

el modelo ampliado por lo tanto es:

$$\mathbf{z}_{k+1} = \begin{pmatrix} \Phi & \Gamma_1(\tau) \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \mathbf{z}_k + \begin{pmatrix} \Gamma_0(\tau) \\ 1 \end{pmatrix} u_k =$$

$$\mathbf{z}_{k+1} = \tilde{\Phi}(\tau) \mathbf{z}_k + \tilde{\Gamma}(\tau) u_k$$

donde

$$\tilde{\Phi}(\tau) = \begin{pmatrix} \Phi & \Gamma_1(\tau) \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\tilde{\Gamma}(\tau) = \begin{pmatrix} \Gamma_0(\tau) \\ 1 \end{pmatrix}$$

El nuevo sistema ampliado sigue siendo un sistema invariante en el tiempo. El estudio de la estabilidad ahora debe tener en cuenta el retardo τ . Para ello, reescribimos la ecuación de Lyapunov como $L(z_k, \tau, P)$, donde se tiene en cuenta ahora el retardo:

$$\begin{aligned} V(z_{k+1}) - V(z_k) &= z_k' \Phi'(\tau) P \Phi(\tau) z_k + \\ & 2\Gamma'(\tau) P \Phi(\tau) z_k K H(z_k) + \\ & \Gamma(\tau)' P \Gamma(\tau) K^2 H^2(z_k) - z_k' P z_k = \\ & L(z_k, \tau, P) < 0, \quad \forall z_k \neq 0 \end{aligned} \quad (5)$$

como se siguen realimentando sólo las dos variables de estado iniciales

$$H(z_k) = H(x_k) \quad (6)$$

La utilización del modelo ampliado, supone aumentar la dimensión del sistema en una unidad. Por lo tanto, dado que el servomotor tiene dos estados, su correspondiente sistema ampliado para incluir el retardo es de dimensión 3.

Reorganizando la ecuación (5) en dos términos, $X(z_k)$ que no depende del controlador, e $Y(z_k)$ que sí depende, obtenemos:

$$V(z_{k+1}) - V(z_k) = -X(z_k) + Y(z_k)$$

donde

$$\begin{aligned} X(z_k) &= -(z_k' \Phi' P \Phi z_k - z_k' P z_k) = \\ & -z_k' (\Phi' P \Phi - P) z_k = z_k' (P - \Phi' P \Phi) z_k \end{aligned} \quad (7)$$

e

$$Y(z_k) = 2\Gamma' P \Phi z_k K H(z_k) + \Gamma' P \Gamma K^2 H^2(z_k) \quad (8)$$

Las expresiones $X(z_k)$ (7) e $Y(z_k)$ (8) son funciones de $\mathcal{R}^3 \rightarrow \mathcal{R}$.

La condición para que el sistema sea estable reescrita para el sistema ampliado es:

$$X(z_k) > Y(z_k), \quad \forall z_k \neq 0 \quad (9)$$

Para este caso es mejor utilizar coordenadas esféricas, por lo que:

$$z_k = \begin{pmatrix} z_k^{(1)} \\ z_k^{(2)} \\ z_k^{(3)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \rho_k \cos \theta_k \sin \phi_k \\ \rho_k \sin \theta_k \sin \phi_k \\ \rho_k \cos \phi_k \end{pmatrix} \quad (10)$$

Se cumple la relación:

$$X(\lambda z_k) = \lambda^2 X(z_k) \quad (11)$$

por lo que

$$X(\rho_k, \theta_k, \phi_k) = \rho_k^2 X(1, \theta_k, \phi_k) \quad (12)$$

Por lo tanto, toda la hipersuperficie $X(z_k)$ se puede caracterizar eligiendo adecuadamente sólo una parte de ella. En particular, si se elige el subconjunto del dominio de entrada tal que $\|z_k\| = 1$, es decir:

$$z_k(\theta, \phi) = \begin{pmatrix} \cos \theta \sin \phi \\ \sin \theta \sin \phi \\ \cos \phi \end{pmatrix}, \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi, \quad 0 \leq \phi \leq \pi$$

entonces toda la hipersuperficie $X(z_k)$ queda caracterizada por su intersección con el subconjunto elegido, la cual no se puede representar, pues $X(z_k)$ es una hipersuperficie en \mathcal{R}^4 , $z_k \rightarrow X(z_k)$. Sí podemos calcular el valor de $X(z_k)$ en los puntos $z_k(\theta, \phi)$, y hacer una representación en tres dimensiones, $(\theta, \phi) \rightarrow X_n(\theta, \phi) = X(1, \theta, \phi)$.

El caso de la superficie $Y(z_k)$ no es el mismo, ya que no cumple una relación similar a la de la ecuación (12). Si definimos

$$X_n(\theta, \phi) = X(1, \theta, \phi)$$

entonces

$$X(\rho, \theta, \phi) = \rho^2 X(1, \theta, \phi) = \rho^2 X_n(\theta, \phi)$$

La condición de estabilidad nos da

$$X(\rho, \theta, \phi) = \rho^2 X_n(\theta, \phi) > Y(\rho, \theta, \phi)$$

y por lo tanto

$$X_n(\theta, \phi) > \frac{Y(\rho, \theta, \phi)}{\rho^2}$$

Si definimos $Y_n(\theta, \phi)$ como

$$Y_n(\theta, \phi) = \sup_{\rho} \left\{ \frac{Y(\rho, \theta, \phi)}{\rho^2} \right\}$$

podemos reescribir la condición de estabilidad como

$$X_n(\theta, \phi) > Y_n(\theta, \phi), \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi, \quad 0 \leq \phi \leq \pi$$

Dado que se cumplen condiciones de simetría, se puede decir que la condición de estabilidad final es

$$X_n(\theta, \phi) > Y_n(\theta, \phi), \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi, \quad 0 \leq \phi \leq \frac{\pi}{2}$$

La matriz de Lyapunov para el sistema ampliado de nuestros dos ejemplos, sistemas de dimensión dos, será una matriz del tipo:

$$P = \begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} \\ p_{12} & p_{22} & p_{23} \\ p_{13} & p_{23} & p_{33} \end{pmatrix}$$

Podemos fijar p_{11} a la unidad sin pérdida de generalidad. En este momento se busca en \mathcal{R}^5 , el valor correspondiente a $(p_{12}, p_{13}, p_{22}, p_{23}, p_{33})$ que haga que la función de Lyapunov sea negativa.

Definimos $\mathcal{P}^{h,\tau}$ como el conjunto de todas las matrices de Lyapunov válidas para unos determinados período de muestreo y retardo.

$$\mathcal{P}^{h,\tau} = \{P \mid L(z_k, h, \tau, P) < 0, \forall z_k \neq 0\}$$

En la figura 6 podemos ver la región de estabilidad para el servomotor. Hasta un período de muestreo $h = 0.5$, cualquier retardo es válido. A partir de este valor, el retardo fijo máximo que admite el sistema sin perder la estabilidad va disminuyendo conforme aumentemos el período de muestreo.

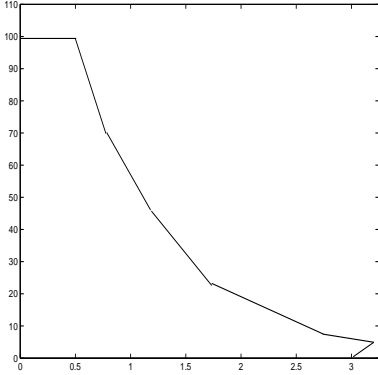


Figura 6: Región de estabilidad para el servomotor con un retardo fijo.

5 RETARDO VARIABLE

En este caso suponemos que el retardo es variable, es decir, $\tau_k \in [0, h] \forall k$. El sistema es variante en el tiempo debido a que el retardo cambia en cada intervalo de muestreo y la función de Lyapunov correspondiente es

$$\begin{aligned} V(\mathbf{z}_{k+1}) - V(\mathbf{z}_k) &= \mathbf{z}'_k \Phi'(\tau_k) P \Phi(\tau_k) \mathbf{z}_k + \\ & 2\Gamma'(\tau_k) P \Phi(\tau_k) \mathbf{z}_k K H(\mathbf{z}_k) + \\ & \Gamma(\tau_k)' P \Gamma(\tau_k) K^2 H^2(\mathbf{z}_k) - \mathbf{z}'_k P \mathbf{z}_k = \\ & L(z_k, \tau_k, P) < 0, \quad \forall \mathbf{z}_k \neq 0 \end{aligned} \quad (13)$$

Definimos $\mathcal{P}^{h,\tau_1 < \tau < \tau_2}$ como el conjunto de matrices de

Lyapunov tal que:

$$\mathcal{P}^{h,\tau_1 < \tau < \tau_2} = \bigcap_{\tau_1 < \tau < \tau_2} \mathcal{P}^{h,\tau}$$

El sistema será estable para un determinado período de muestreo, h , y un retardo variable τ , $0 < \tau < \tau_{max}$, si existe una matriz de Lyapunov P tal que:

$$\mathcal{P}^{h,0 < \tau < \tau_{max}} \neq \emptyset$$

Si desarrollamos la expresión (13) considerando que $\Gamma_0(\tau)$ y $\Gamma_1(\tau)$ cumplen

$$\Gamma = \Gamma_0(\tau) + \Gamma_1(\tau), \quad \forall \tau \in [0, h]$$

siendo Γ el valor sin retardo que P la podemos reescribir en bloques

$$P = \begin{pmatrix} P_1 & P_2 \\ P_2' & P_3 \end{pmatrix}$$

y que finalmente Γ_0 se puede escribir con sus dos componentes

$$\Gamma_0(\tau_k) = [\Gamma_0^1(\tau_k) \quad \Gamma_0^2(\tau_k)]$$

obtenemos que $L(z_k, \tau_k, P)$ es igual a

$$\begin{aligned} A(z_k, P) [\Gamma_0^1(\tau_k)]^2 &+ B(z_k, P) \Gamma_0^1(\tau_k) \Gamma_0^2(\tau_k) + \\ C(z_k, P) [\Gamma_0^2(\tau_k)]^2 &+ D(z_k, P) \Gamma_0^1(\tau_k) + \\ E(z_k, P) \Gamma_0^2(\tau_k) &+ F(z_k, P) \end{aligned} \quad (14)$$

siendo $A(z_k, P)$ positiva para cualquier valor de z_k . Dicha superficie es una cónica y la solución a (14) es una elipse.

Como $A(z_k, P)$ es siempre positiva la cónica es creciente y la elipse encierra a los valores para los cuales la función de Lyapunov es negativa. Además como la elipse es una region convexa, y si dos $\Gamma_0(\tau)$ se encuentran dentro de la elipse, la recta que los une también está dentro de la elipse y cumple la condición de Lyapunov. No obstante, como se ve en la figura (7) $\Gamma_0(\tau)$ no describe una recta cuando τ varía. Por lo tanto, que se cumpla la condición de Lyapunov para $\Gamma_0(\tau)$ y $\Gamma_0(\tau = 0)$, no garantiza que el sistema siga siendo estable para cualquier retardo entre 0 y τ . Para ello se utiliza un nuevo valor de $\Gamma_0(\tau)$ ficticio porque no se corresponde a ningún valor de τ , dado por

$$\Gamma_{0,ficticia} = [0 \quad \Gamma_0^1(\tau = 0)]$$

Se busca una P que cumpla la condición de Lyapunov para $\Gamma_0(\tau)$, $\Gamma_0(\tau = 0)$ y $\Gamma_{0,ficticia}$, y por convexidad, cualquier punto dentro del triángulo que forman, también cumple la condición de Lyapunov. Y este triángulo encierra a toda la curva que describe $\Gamma_0(\tau)$ al variar τ .

Los resultados se encuentran en la figura 8, donde se puede apreciar la región de estabilidad para un retardo variable. Hasta un valor de $h = 0.5$, el sistema es estable independientemente del valor del retardo en un intervalo de muestreo. Para valores de $h > 0.5$, el máximo retardo variable admisible manteniendo estabilidad disminuye progresivamente hasta un retardo nulo cerca de $h = 3$

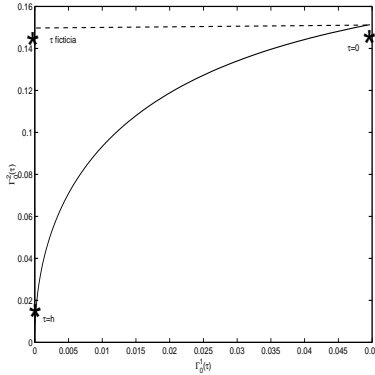


Figura 7: Valores de $\Gamma_0^1(\tau)$ y $\Gamma_0^2(\tau)$ para el servomotor. Puntos $\Gamma_0(\tau = h)$, $\Gamma_0(\tau = 0)$ y $\Gamma_{0,ficticia}$.

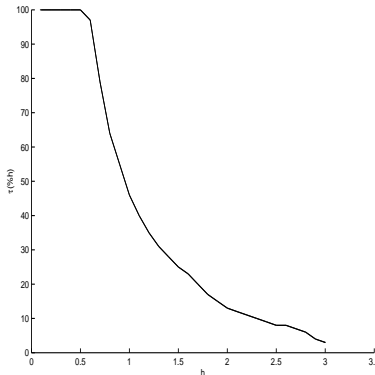


Figura 8: Región de estabilidad para retardo variable.

Agradecimientos

Este trabajo ha sido realizado dentro los proyectos DPI00-1218 y DPI02-4401 del M.C.Y.T.

Referencias

- [1] K. J. Åström, B. Wittenmark, (1997) Computer-Controlled Systems: Theory and Design, 3rd ed, Prentice-Hall, Inc, Englewood Cliffs, N. Y.
- [2] D. Driankov, H. Hellendoorn, M. Reinfrank, (1993) An Introduction to Fuzzy Control, Springer-Verlag, Berlin.
- [3] A. Espada, (1996) Estabilidad y Robustez de Sistemas no Lineales de Control. Análisis y Diseño de

Controladores Borrosos, Tesis Doctoral. Departamento de Ingeniería de Sistemas y Automática, Universidad de Vigo, España.

- [4] W. M. Haddad, D. S. Bernstein, (1993) "Explicit Construction of Quadratic Lyapunov Functions for the Small Gain, Positivity, Circle, and Popov Theorems and Their Application to Robust Stability Part I: Continuous-Time Theory", Int. J. Robust and Nonlinear Control, Vol. 3, pp. 313-339.
- [5] F. Lian, J. R. Moyne, D. M. Tilbury. Performance Evaluation of Control Networks: Ethernet, ControlNet, and DeviceNet, *IEEE Control Systems Magazine*, pp. 66–83, February 2001.
- [6] J. Nilsson. Real-Time Control Systems with Delays, Ph.D. dissertation, Dept. Automatic Control, Lund Institute of Technology, Lund, Sweden, 1998.
- [7] J. E. Slotine, W. Li, (1991) Applied Nonlinear Control, Prentice-Hall, Inc, Englewood Cliffs, N. Y.
- [8] M. Vidyasagar, (1993) Nonlinear System Analysis, Prentice-Hall, Inc, Englewood Cliffs, N. Y.
- [9] W. Zhang, M. S. Branicky, S. M. Phillips. Stability of Networked Control Systems, *IEEE Control Systems Magazine*, pp. 84–99, February 2000).
- [10] W. Zhang. Stability Analysis of Networked Control Systems, Ph.D. dissertation, Dept. Electrical Engineering and Computer Science, Case Western Reserve University, 2001.