

Robot de cinemática paralela como prototipo docente para el estudio del control multivariable y no lineal

Mario Garcia-Sanz y Manuel Motilva Casado

Departamento de Automática y Computación, Campus Arrosadía, Universidad Pública de Navarra,
31006 – Pamplona. E-mail: mgsanz@unavarra.es

Resumen

Ante la creciente demanda del sector industrial de nuevos sistemas de cinemática paralela en la máquina herramienta de alta velocidad, y de nuevos conocimientos de teoría multivariable y no-lineal, el presente artículo introduce el diseño y desarrollo de un nuevo prototipo de robot de cinemática paralela a escala de laboratorio, como escenario realista, simple, visual, flexible y de bajo costo, para la introducción de los alumnos en materias como la robótica paralela o la teoría de control multivariable y no-lineal.

Palabras Clave: Modelado, Simulación, Robot cinemática paralela, Docencia.

1. INTRODUCCIÓN

Los robots de cinemática paralela y la teoría de control multivariable y no-lineal son cuestiones de creciente actualidad en el sector industrial, y sin embargo de difícil transmisión desde el ámbito docente. Así, aun a pesar de la aparición de nuevos sistemas de cinemática paralela en la máquina herramienta de alta velocidad, y de los nuevos retos de carácter multivariable y no-lineal demandados por la nueva ingeniería, la enseñanza del control automático se ha centrado históricamente en sistemas lineales y monovariantes.

En ese contexto, y con el claro objetivo de ayudar a la comprensión de la teoría de control multivariable y no-lineal en general [1, 2], y de los robots de cinemática paralela en particular [3, 4, 5], el presente artículo describe el diseño y desarrollo de un prototipo de máquina paralela a escala, inspirada en un nuevo robot industrial: el Hermes [6, 7] –véase Figura 1–.

Las principales especificaciones de diseño del nuevo prototipo de robot se resumen en cinco ideas clave:

- a) El desarrollo de un escenario realista para la introducción de los alumnos en materias

como la robótica paralela o la teoría de control multivariable y no-lineal,

- b) La visión espacial directa del movimiento tridimensional de cada uno de los grados de libertad del robot.
- c) El bajo costo de construcción,
- d) La simplicidad de manejo, y
- e) La flexibilidad en la introducción de cambios mecánicos estructurales y de dinámica.

En el siguiente apartado se describe la topología y funcionalidad del robot industrial de cadena cerrada Hermes. En el apartado 3 se presenta el diseño del prototipo a escala de laboratorio. En el apartado 4 se introducen los modelos matemáticos de la cinemática directa e inversa del robot. En el apartado 5 se muestran los resultados experimentales y docentes alcanzados con el nuevo prototipo, y en el apartado 6 se resumen las conclusiones más relevantes del trabajo.

2. DESCRIPCIÓN DEL ROBOT

Durante los últimos años se ha observado una creciente introducción de robots de cinemática paralela en la máquina herramienta del sector aeronáutico. Este es el caso del robot Hermes, desarrollado por Fatronik [6], e implementado en las nuevas máquinas de taladrado y remachado diseñadas por el grupo M.Torres [7]. La topología del robot es 3P-6RRS. Esto significa que consta de 3 juntas prismáticas actuadas (plataforma fija), que se unen a la plataforma móvil mediante 6 cadenas cinemáticas cerradas del tipo Revoluta-Revoluta-eSférica.



Figura 1. Cabezal de cinemática paralela Hermes

Así el cabezal de cinemática paralela Hermes consta de dos plataformas, una fija (donde se sitúan los actuadores lineales) y otra móvil donde va situada la herramienta (en este caso una broca para el taladrado).

La unión de la plataforma móvil con la fija se realiza mediante el uso de la cadena cinemática comentada anteriormente RRS, y seis brazos de longitud constante. Este tipo de configuración le confiere tres grados de libertad a la plataforma móvil (el eje Z y los ángulos sobre los ejes X e Y, llamados ϕ y θ respectivamente). El robot se gobierna desde tres actuadores lineales situados en la plataforma fija. –véase Figura 1-.

La planta es un claro y completo ejemplo de cinemática paralela espacial, de carácter multivariable y no lineal.

3. DESCRIPCIÓN DEL PROTOTIPO A ESCALA DE LABORATORIO

Con el objeto de facilitar el estudio de este tipo de robots de cadena cerrada, y de profundizar en la teoría de control multivariable y no lineal, se propone el diseño de un prototipo a escala de laboratorio susceptible de ser manejado por los alumnos.

Para ello, se planteó el uso de diferentes kits de laboratorio existentes en el mercado (Robix, Lego, etc...) seleccionándose el kit Lego Mindstorms [8,9] debido a la gran variedad de piezas existentes en su catálogo, así como por la facilidad de obtención de repuestos y accesorios.

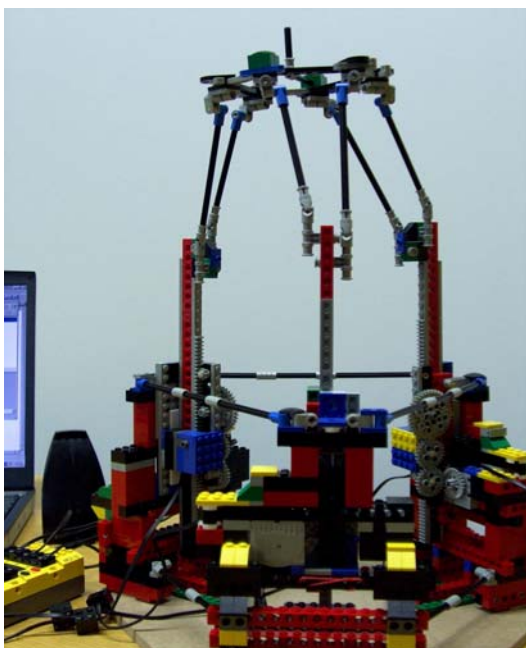


Figura 2. Prototipo a escala Lego.

En la figura 2 se puede ver el prototipo desarrollado, y en la figura 3 varios detalles de su construcción, donde queda patente la utilización de juntas universales, juntas de rotación, engranajes, motores 9V, sensores de rotación, etc..

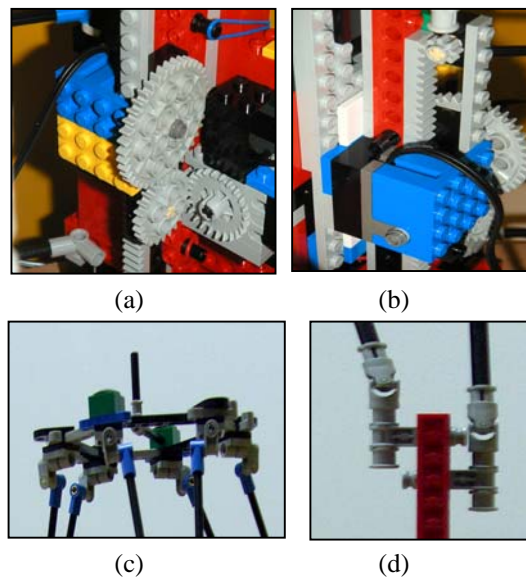


Figura 3. (a) Motor y engranajes de transmisión. (b) Encoder, piñón-cremallera (c) Detalle de la plataforma móvil (d) Detalle de las juntas universales

Por otro lado, una interfaz gráfica basada en Matlab [10] fue desarrollada para implementar en ella tanto la cinemática inversa (obtener los avances de los grados de libertad manipulables a partir de la posición deseada de la plataforma móvil), como la cinemática directa (obtener la posición de la plataforma móvil a partir de la posición de cada uno de los motores).

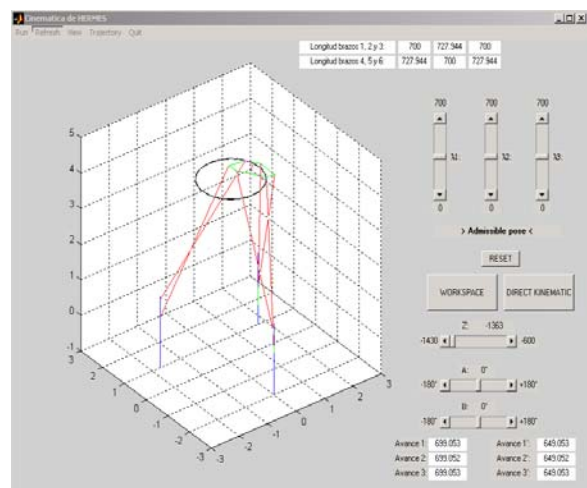


Figura 4. Graphics User Interface basado en Matlab.

Esta interfaz gráfica –véase Figura 4- permite calcular el volumen de trabajo obtenido por el robot. Fue usada como generador de trayectorias, obteniendo con ello una referencia teórica que posteriormente se utilizó como

información a implementar en el prototipo de laboratorio. La implementación del controlador del prototipo se realizó mediante el software NQC (Not Quite C) [11], que a pesar de no ser tan gráfico como el programa Robolab suministrado por Lego, es mucho más intuitivo y potente, ya que se basa en el código C, y su programación resulta más sencilla.

De esta forma, se tienen preparadas las herramientas necesarias para experimentar, monitorizar y analizar en profundidad el movimiento tridimensional del mecanismo y su sistema de control.

4. MODELADO

Una de las cuestiones más complejas de la cinemática paralela es el cálculo del modelado multivariable y no lineal de la planta.

Haciendo uso de la nomenclatura empleada en la Figura 5, es posible encontrar las seis ecuaciones que rigen el movimiento del robot. Se impone como restricción que la longitud de los brazos que van desde la plataforma móvil a la fija se mantenga constante. A diferencia de la plataforma de Stewart [12], el caso más conocido de robot de cinemática paralela, los brazos del robot Hermes son de longitud constante, lo cual facilita el modelado, construcción y control.

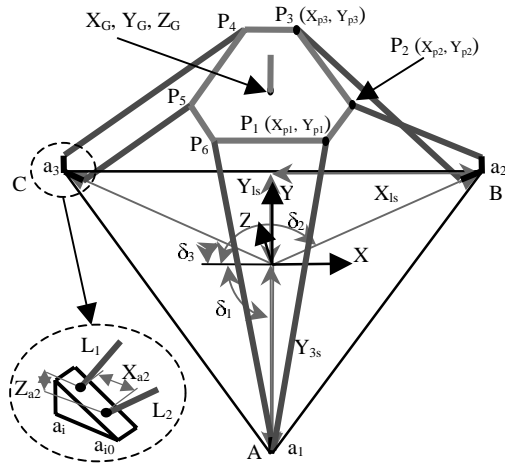


Figura 5. Nomenclatura empleada.

Se han empleado coordenadas mixtas en el modelo, refiriendo todos los puntos de la plataforma móvil a un único punto: su centro de gravedad, o punto donde se sitúa la herramienta (X_G, Y_G, Z_G). El uso de este tipo de coordenadas en lugar de coordenadas naturales es debido a un mayor rendimiento computacional, ya que con este planteamiento se obtendrán únicamente 6 ecuaciones con 6 incógnitas, mientras que con las coordenadas naturales se obtendrían 18 ecuaciones con 18 incógnitas (6 vectores

espaciales correspondientes a los 6 vértices que definen la plataforma móvil). Es evidente el ahorro en términos computacionales obtenido tan solo con un ligero cambio de incógnitas en el problema.

Con esta notación, definiendo un sistema de coordenadas situado en el centro de gravedad de la plataforma fija $[X, Y, Z]$ y representando la orientación de la plataforma móvil mediante el uso de los Ángulos de Euler [13] en su convenio ejes X-Y-Z, ángulos Yaw (ϕ)-Pitch (θ)-Roll (ψ), se puede demostrar que la matriz de transformación R de la referencia móvil $[X', Y', Z']$ a la fija $[X, Y, Z]$, donde $s\alpha$ es $\sin(\alpha)$ y $c\alpha$ es $\cos(\alpha)$, es:

$$R_{XYZ}^{XYZ}(\phi, \theta, \psi) = \quad (1)$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c\psi & -s\psi \\ 0 & s\psi & c\psi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c\theta & 0 & s\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -s\theta & 0 & c\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c\phi & -s\phi & 0 \\ s\phi & c\phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

y por lo tanto,

$$R_{XYZ}^{XYZ}(\phi, \theta, \psi) = \quad (2)$$

$$= \begin{bmatrix} c\phi c\theta & -s\phi c\theta & s\phi \\ c\phi s\theta s\psi + s\phi c\psi & -s\phi s\theta s\psi + c\phi c\psi & -c\theta s\psi \\ -c\phi s\theta c\psi + s\phi s\psi & s\phi s\theta c\psi + c\phi s\psi & c\theta c\psi \end{bmatrix}$$

De esta forma, se plantearán 6 ecuaciones con 6 incógnitas espaciales ($X_G, Y_G, Z_G, \phi, \theta, \psi$) y 3 incógnitas actuadas (a_1, a_2, a_3), donde las variables a_1, a_2, a_3 son los movimientos lineales a lo largo de los husillos; X_G, Y_G, Z_G son las coordenadas del centro de gravedad de la plataforma móvil respecto de la plataforma fija; y ϕ, θ, ψ son los ángulos de Euler de yaw, pitch y roll respectivamente (guiñada, cabeceo y alabeo).

Las constantes constructivas $\delta_1, \delta_2, \delta_3$ definen angularmente (con un valor de $-30^\circ, -150^\circ, y 90^\circ$ respectivamente) los vértices del triángulo equilátero que definen la plataforma fija; L_1 y L_2 son la longitud de cada uno de los dos brazos que definen las tres ramas que unen la plataforma móvil con la fija; X_{a2} y Z_{a2} denotan la diferencia de los puntos de unión de los brazos en el carro deslizante, en su proyección sobre el eje X y sobre el eje Z respectivamente.

$X_{P1}, Y_{P1}, X_{P2}, Y_{P2}, X_{P3}, Y_{P3}$ son las coordenadas de los vértices P_1, P_2 y P_3 que definen la plataforma móvil. Nótese cómo sólo son necesarias 6 constantes para definir la plataforma móvil, ya que los otros tres puntos que el hexágono tendrán el mismo valor en su componente en ordenadas, y un valor negativo en su componente de abscisas de los puntos P_1, P_2 y P_3 comentados anteriormente.

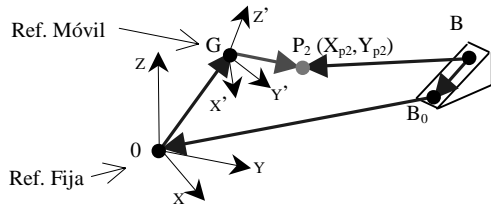


Figura 6. Vectores de cierre utilizados.

Con esta nomenclatura, y planteando la ecuación de cierre de lazo indicada en la Figura 6, es posible determinar el comportamiento cinemático del robot, -Ecuaciones (3) a (5)-,

$$\overrightarrow{BP_2}\Big|_X = \overrightarrow{BB_0} + \overrightarrow{B_0G} + \overrightarrow{GP_2} + R_{X'YZ'}^{XYZ} \overrightarrow{X_G P_2} \quad (3)$$

$$\overrightarrow{BP_2}\Big|_Y = \overrightarrow{BB_0} + \overrightarrow{B_0G} + \overrightarrow{GP_2} + R_{X'YZ'}^{XYZ} \overrightarrow{Y_G P_2} \quad (4)$$

$$\overrightarrow{BP_2}\Big|_Z = \overrightarrow{BB_0} + \overrightarrow{B_0G} + \overrightarrow{GP_2} + R_{X'YZ'}^{XYZ} \overrightarrow{Z_G P_2} \quad (5)$$

Sustituyendo en las ecuaciones (3) a (5) los valores de las variables y de la matriz de cambio de base $R(\phi, \theta, \psi)$ -Ecuación (2)-, se obtiene,

$$BP_2\Big|_X = -c\delta_2 X_{a2} - X_{Ls} + X_G + c\phi c\theta X_{P2} - s\phi c\theta Y_{P2} \quad (6)$$

$$BP_2\Big|_Y = -s\delta_2 X_{a2} - Y_{Ls} + Y_G + (c\phi s\theta s\psi + s\phi c\psi)X_{P2} - (c\phi c\psi - s\phi s\theta s\psi)Y_{P2} \quad (7)$$

$$BP_2\Big|_Z = -Z_{a2} - a_2 + Z_G + (s\phi s\psi - c\phi s\theta c\psi)X_{P2} + (s\phi s\theta c\psi - c\phi s\psi)Y_{P2} \quad (8)$$

Imponiendo la condición de que la norma de estos tres vectores $BP_2\Big|_X$, $BP_2\Big|_Y$, $BP_2\Big|_Z$ sea igual a la longitud del brazo que une ambas plataformas:

$$BP_2\Big|_X^2 + BP_2\Big|_Y^2 + BP_2\Big|_Z^2 = L_2^2 \quad (9)$$

se obtiene la ecuación que rige el movimiento del brazo de longitud L_2 que une la plataforma móvil con la fija a través del punto B (Figura 5). Sustituyendo las ecuaciones (6), (7) y (8) en la ecuación (9), se obtiene la ecuación (10),

$$\begin{aligned} & [X_G + c\phi c\theta X_{P2} - s\phi c\theta Y_{P2} - X_{Ls} - c\delta_2 X_{a2}]^2 + \\ & [Y_G + (c\phi s\theta s\psi + s\phi c\psi)X_{P2} + (c\phi c\psi - s\phi s\theta s\psi)Y_{P2} - Y_{Ls} - s\delta_2 X_{a2}]^2 + \\ & [Z_G + (s\phi s\psi - c\phi s\theta c\psi)X_{P2} + (s\phi s\theta c\psi + c\phi s\psi)Y_{P2} - a_2 - Z_{a2}]^2 = L_2^2 \end{aligned} \quad (10)$$

De forma análoga se resuelve el brazo de longitud L_1 del punto B:

$$\begin{aligned} & [X_G + c\phi c\theta X_{P3} - s\phi c\theta Y_{P3} - X_{Ls}]^2 + \\ & [Y_G + (c\phi s\theta s\psi + s\phi c\psi)X_{P3} + (c\phi c\psi - s\phi s\theta s\psi)Y_{P3} - Y_{Ls}]^2 + \\ & [Z_G + (s\phi s\psi - c\phi s\theta c\psi)X_{P3} + (s\phi s\theta c\psi + c\phi s\psi)Y_{P3} - a_2 - Z_{a2}]^2 = L_1^2 \end{aligned} \quad (11)$$

Y siguiendo este mismo planteamiento con las cuatro ecuaciones restantes correspondientes a los puntos A y C de longitudes de brazo L_1 y L_2 , y teniendo en cuenta la simetría de P_4, P_5, P_6 con P_1, P_2 y P_3 se tiene,

$$\begin{aligned} & [X_G - c\phi c\theta X_{P1} - s\phi c\theta Y_{P1} + c\delta_1 X_{a2}]^2 + \\ & [Y_G - (c\phi s\theta s\psi + s\phi c\psi)X_{P1} + (c\phi c\psi - s\phi s\theta s\psi)Y_{P1} - Y_{3s} - s\delta_1 X_{a2}]^2 + \\ & [Z_G - (s\phi s\psi - c\phi s\theta c\psi)X_{P1} + (s\phi s\theta c\psi + c\phi s\psi)Y_{P1} - a_1 - Z_{a2}]^2 = L_2^2 \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} & [X_G + c\phi c\theta X_{P1} - s\phi c\theta Y_{P1}]^2 + \\ & [Y_G + (c\phi s\theta s\psi + s\phi c\psi)X_{P1} + (c\phi c\psi - s\phi s\theta s\psi)Y_{P1} - Y_{3s}]^2 + \\ & [Z_G + (s\phi s\psi - c\phi s\theta c\psi)X_{P1} + (s\phi s\theta c\psi + c\phi s\psi)Y_{P1} - a_1]^2 = L_1^2 \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} & [X_G - c\phi c\theta X_{P3} - s\phi c\theta Y_{P3} - c\delta_3 X_{a2}]^2 + \\ & [Y_G - (c\phi s\theta s\psi + s\phi c\psi)X_{P3} + (c\phi c\psi - s\phi s\theta s\psi)Y_{P3} - Y_{Ls} - s\delta_3 X_{a2}]^2 + \\ & [Z_G - (s\phi s\psi - c\phi s\theta c\psi)X_{P3} + (s\phi s\theta c\psi + c\phi s\psi)Y_{P3} - a_3 - Z_{a2}]^2 = L_2^2 \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} & [X_G - c\phi c\theta X_{P2} - s\phi c\theta Y_{P2} - X_{Ls}]^2 + \\ & [Y_G - (c\phi s\theta s\psi + s\phi c\psi)X_{P2} + (c\phi c\psi - s\phi s\theta s\psi)Y_{P2} - Y_{Ls}]^2 + \\ & [Z_G - (s\phi s\psi - c\phi s\theta c\psi)X_{P2} + (s\phi s\theta c\psi + c\phi s\psi)Y_{P2} - a_2]^2 = L_1^2 \end{aligned} \quad (15)$$

Utilizando estas 6 ecuaciones es posible resolver tanto la cinemática directa como la inversa. Si las incógnitas son los grados de libertad manipulables por los motores, a_1 , a_2 y a_3 , y los datos de partida la posición de la herramienta – plataforma móvil (Z_G , ϕ , θ) –, se resolverá la cinemática inversa. Si por el contrario son los grados de libertad manipulados – a_1 , a_2 , a_3 – los datos de partida, se resolverá la cinemática directa, obteniéndose con ello la posición de la plataforma móvil - Z_G , ϕ , θ -.

Obviamente, al tratarse de ecuaciones no lineales, se utilizará un método iterativo para su resolución. En particular, en el presente artículo se ha hecho uso del método Newton-Raphson, método clásico en la resolución de problemas mecánicos mediante técnicas computacionales.

5. RESULTADOS EXPERIMENTALES

Haciendo uso del sistema de control remoto del microprocesador Lego BrickCenter, es posible obtener los datos de la posición de los actuadores, a través de la colocación de tres encoders situados en cada una de las tres ramas actuadas. Para la programación de los motores del prototipo a escala se utilizó el lenguaje NQC (Not Quite C), y se desarrolló la herramienta gráfica de Matlab comentada anteriormente. Con ella se obtienen las posiciones de los motores cuando la punta de la herramienta situada en el centro de gravedad de la plataforma móvil sigue una determinada referencia (cinemática inversa). La Figura 7 presenta la simulación de la posición de cada uno de los carros deslizantes del prototipo a escala, cuando se le introduce a la plataforma móvil una referencia espacial circular dentro de su volumen de trabajo.

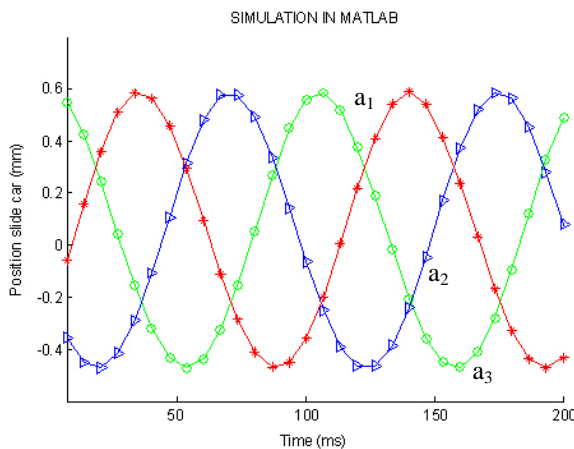


Figura 7. Posición de los motores al seguir la herramienta una referencia circular. (Cinemática inversa). Simulación en Matlab.

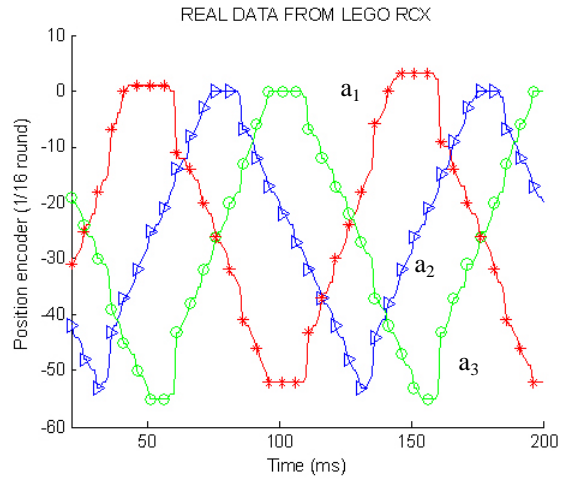


Figura 8. Posición de los motores al seguir la herramienta una referencia circular. (Cinemática inversa). Datos reales del micro de LEGO.

Siguiendo la forma de la referencia obtenida en la interfaz desarrollada en Matlab, se programó el Prototipo LEGO para que la herramienta siguiera también la misma trayectoria circular. En la Figura 8 se pueden observar los resultados experimentales conseguidos.

6. CONCLUSIONES

El presente artículo ha resumido el diseño y desarrollo de un nuevo prototipo de robot de cinemática paralela a escala de laboratorio, como escenario realista, simple, visual, flexible y de bajo costo, para la introducción de los alumnos en materias como la robótica paralela o la teoría de control multivariable y no-lineal.

El trabajo responde a la creciente demanda del sector industrial de nuevos sistemas de cinemática paralela en la máquina herramienta de alta velocidad, y de nuevos conocimientos de teoría multivariable y no-lineal.

El prototipo se ha inspirado en el robot industrial paralelo Hermes. Puede ser utilizado por los alumnos de últimos años de carrera para gran variedad de estudios avanzados, como son el diseño de robots de cadena cerrada, la visualización de la cinemática tridimensional de todos sus grados de libertad, el modelado de su dinámica, la identificación de parámetros, el diseño de controladores, la implementación, la experimentación y el análisis. Además constituye un banco de ensayos idóneo para el estudio de características multivariables y no-lineales de la planta.

Definitivamente el nuevo prototipo de robot de cinemática paralela ha demostrado su utilidad para ayudar a los estudiantes a dar el salto entre el estudio de la teoría de control y la implementación práctica experimental.

Agradecimientos

Los autores agradecen el apoyo dado por la empresa M.Torres, el Gobierno de Navarra, y el Ministerio de Ciencia y Tecnología (MCyT) por el proyecto CICYT DPI'2003-08580-C02-01.

Referencias

- [1] Skogestad, S. and Postlethwaite., 1996, In: *Multivariable Feedback Control*. (Wiley), 88-91, 510-514.
- [2] Maciejowski, J.M., 1989, In: *Multivariable Feedback Design*. (Addison Wesley), 210-220.
- [3] J.P. Merlet. *Parallel Robots*. Kluwer Academic Publishers, 2001.
- [4] L.W. Tsai. *Robot Analysis*. Wiley, 1999.
- [5] Bonev, I. A., "Geometric Analysis of Parallel Mechanisms," Ph.D. Thesis, Laval University, Quebec, QC, Canada, November 2002.
- [6] Fatronik, Elgoibar, Guipúzcoa, Spain. <http://www.fatronik.com>
- [7] M.Torres, Diseños Industriales S.A, Torres de Elorz, Navarra, Spain. <http://www.mtorres.es>
- [8] Lego Mindstorms. <http://mindstorms.lego.com>
- [9] Prodel S.A. Equipos de Enseñanza. <http://www.prodel.es>
- [10] MATLAB. <http://www.mathworks.com>.
- [11] M. Overmars. *Programming Lego Robots using NQC*. Ver. 3.03, 1999.
- [12] Stewart, D., 1965, "A Platform with Six Degrees of Freedom," Proc. Institute of Mechanical Engr., London, England, Vol.180, pp. 371-386.
- [13] Bonev I.A., Zlatanov D., and Gosselin C.M. 2002, Advantages of the modified Euler angles in the design and control of PKMs, Proceeding of the 3rd Chemnitz Parallel Kinematics Seminar/ 2002 Parallel Kinematic Machines International Conference, Chemnitz, Germany, april 23--25, pp. 171—188