

# Causalidad Física versus Causalidad Computacional en Bond Graphs.

David Parra

Unitat d'Enginyeria de Sistemes i Automàtica de l'Universitat Autònoma de Barcelona, Bellaterra

08193 (Barcelona), Spain

[dparra@sunaut.uab.es](mailto:dparra@sunaut.uab.es)

Miquel Angel Piera, Juan José Ramos

[miquel@sunaut.uab.es](mailto:miquel@sunaut.uab.es), [juanjo@sunaut.uab.es](mailto:juanjo@sunaut.uab.es)

## RESUMEN

*En el presente artículo se presenta una metodología de modelado basada en la reutilización de submodelos acausales predefinidos para la construcción de modelos eficientes de simulación. Se mostrará a través de un ejemplo las ventajas del análisis de las interacciones entre subsistemas desde principios físicos como paso previo a la aplicación de la causalidad computacional en la obtención del conjunto de ecuaciones matemáticas que componen el modelo de simulación. El prototipo implementado se basa en el lenguaje de modelado Bond Graph, motivo por el que los conceptos básicos de Bond Graph serán revisados. Finalmente un sistema ejemplo es tratado por este prototipo de modelado.*

## PALABRAS IMPORTANTES

Bond Graph, Modelado Orientado a Objetos, Causalidad Computacional, Causalidad Física, Reusabilidad de modelos.

## 1 INTRODUCCION.

Desde comienzos del último cuarto de siglo se han venido desarrollando diversos entornos de simulación. Con más o menos éxito han tratado el problema de la creación de imágenes de la realidad. Para mejorar la credibilidad de los resultados muchos de estos entornos de simulación han ido acompañados de herramientas de modelado que automatizan la tarea de modelado reutilizando modelos validados y predefinidos de componentes subsistemas. La posibilidad de reutilización de modelos, incluso entre diferentes entornos, ha sido y es una de las metas perseguida en el desarrollo de entornos de simulación.

Por otro lado, con la finalidad de extender el uso de las técnicas de simulación hacia usuarios no expertos en este campo,

muchas herramientas de modelado han sido diseñadas para generar automáticamente el modelo de simulación del proceso físico descrito topológicamente. Así, el trabajo final del usuario se reduce a introducir las especificaciones gráficas de sistema a través de interconexiones físicas entre componentes.

Aunque estos entornos de simulación ofrecen muchas ventajas (Celier, F.E., 1991), una vez que el modelo de simulación es construido por el ensamblaje directo de ecuaciones matemáticas de cada subsistema y ordenándolas aplicando criterios de causalidad computacional al conjunto, dos importantes problemas aparecen:

- Modelos de simulación ineficientes. Un modelo eficiente debería ser la más simple representación de la realidad con todos los comportamientos que queremos representar (Matko, P., 1992) La eficiencia en los modelos es esencial para generar nuevos módulos que puedan ser reutilizados en sistemas más complejos. La manipulación simbólica de modelos matemáticos acausales no permite una verdadera reutilización.
- Pérdida de fenomenología física. La perspectiva fenomenológica del sistema se pierde, al igual que el verdadero sentido de la tarea de modelado: Un modelo es una abstracción de la realidad y no solo la representación matemática de ciertas dinámicas (De Parada, C. A. Y Piera, M. A., 1996). Ecuaciones matemáticas acausales son utilizadas para formalizar las dinámicas de las componentes subsistemas. En cualquier caso, el comportamiento del componente depende del contexto en el que el subsistema se coloca. La descripción de los fenómenos debería permitir el análisis de este contexto de tal manera que determine si aparecen

nuevas dinámicas debido a la interacción entre subsistemas (Piera, M.A. 1993).

Un lenguaje de modelado que soporte la descripción fenomenológica de los subsistemas es esencial para el análisis de las interacciones entre estos y generar modelos eficientes de simulación del sistema en su conjunto. Es más, el lenguaje de modelado debería permitir la representación de las componentes del sistema independientemente de su naturaleza física, para de este modo poder tratar sistemas de diferente naturaleza física (electricidad, electromagnetismo, mecánica, hidráulica, acústica, termodinámica, etc) dentro de un entorno de modelado de propósito general. Bond Graphs ofrecen todo lo necesario para soportar tal nivel de abstracción en la descripción de las componentes del sistema.

La potencia de los BG va más allá porque los modelos obtenidos con este lenguaje son acausales. Esto significa que estos modelos son reusables como parte de sistemas más complejos independientemente del contexto del sistema.

Un prototipo para generar modelos BG desde una descripción topológica del sistema ha sido implementado para analizar los fenómenos físicos presentes en el sistema como paso previo al análisis de la causalidad computacional del sistema completo. Los fenómenos físicos descritos así permiten que actúen sobre ellos algoritmos de manipulación simbólica con la intención final de obtener modelos eficientes de simulación.

## 2 PRINCIPIOS BÁSICOS DE BOND GRAPHS.

La teoría sobre el lenguaje de modelado BG es original de Paynter desde 1961 y profundamente desarrollada por Karnopp y Rosenberg posteriormente. Es un lenguaje de modelado basado en el principio físico de la conservación de la energía y la aproximación al desacople de fenómenos de un proceso global físico (Broenink, J.F., 1999). Esta formado por un conjunto de elementos que se corresponden con los principios básicos de almacenamiento y disipación de energía, y un flujo continuo de esta entendida como producto de potencia entre ellos. Cada complejo sistema físico o subsistema responde a uno de estos tres principios físicos. El flujo

entre los elementos BG puede ser interpretado como:

- 1) Transferencia de energía, donde el sentido de la unión representa el sentido del flujo de energía. Esta interpretación corresponde con el principio universal de conservación de la energía, y es usada por las herramientas de modelado BG para obtener verdaderos submodelos reusables en la aplicación de leyes físicas.
- 2) Intercambio de dos variables producto de potencia (flow y effort). Esta interpretación permitirá la asignación de causalidad computacional en la generación del modelo matemático de simulación. Las variables flow-effort se eligen representantes de los conceptos físicos de flujo y potencial respectivamente.

Los elementos básicos dentro de un diagrama BG son:

- a) Elementos de almacenamiento: Estos elementos almacenan energía por acumulación de una de las dos variables del producto de potencia. Se pueden distinguir entonces dos casos, uno para cada variable acumulada:

- Capacidades.

La variable acumulada es el flujo. La ecuación de balance,

$$\dot{q} = f \quad (1)$$

Muestra que la variable de estado  $q$  se conserva. Esta

$$e = \frac{1}{C} \cdot q \quad (2)$$

posición generalizada recibe el nombre de  $q$  y esta relacionada con el potencial a través de una expresión propia del elemento capacitativo. Para

capacidades lineales:

- Inercias.

La variable acumulada es el potencial y la ecuación de balance,

$$\dot{p} = e \quad (3)$$

Así aparece la conservación de momento generalizado  $p$ , variable de estado relacionada con la variable de flujo a través de una expresión específica para cada elemento inercial. Para inercias lineales:

$$f = \frac{1}{I} \cdot p \quad (4)$$

- Elementos disipativos. Transforman la energía de un dominio físico de interés a otro que no interesa dentro de nuestro modelo. Las ecuaciones constitutivas de estos elementos son relaciones algebraicas entre las dos variables producto de potencia.

$$e = R \cdot f \quad (5)$$

- Fuentes. Representan la entrada o salida de energía al sistema debido a que el modelo no está aislado del entorno. Dos tipos de fuentes podemos distinguir, de acuerdo a la variable que controla la entrada de potencia, flujo o potencial.
- Elementos continuos de potencia. No almacenan ni disipan energía, simplemente la conducen dentro del mismo dominio físico (no cambia el significado de las variables de flujo y potencial) o cambiando a otro dominio físico (variando el significado de las variables de potencia). Las ecuaciones que implementan este comportamiento distinguen cuatro elementos continuos de potencia:

-Elementos de dos puertos:

-Transformers.

Las relaciones constitutivas entre las variables asociadas a cada puerto son:

$$e_1 \propto e_2 \quad f_1 \propto f_2 \quad (6) \quad , \quad (7)$$

-Gyrators.

Las relaciones constitutivas entre las variables asociadas a cada puerto son:

$$e_1 \propto f_2 \quad e_2 \propto f_1 \quad (8) \quad , \quad (9)$$

-Elementos de dos o más puertos:

-0-junctions.

Representan uniones a potencial constante. Estos elementos implican por tanto la continuidad del flujo debido a la conservación de la energía. Es decir, la suma de la variable flujo a lo largo de todos los puertos del elemento debe ser nula.

-1-junctions.

Representan uniones a flujo constante. Estos elementos implican por tanto la continuidad del potencial debido a la conservación de la energía. Es decir, la suma del potencial a lo largo de todos los puertos del elemento debe ser nula.

Estos son los conceptos y elementos básicos del lenguaje de modelado BG. Y por tanto el software desarrollado trabaja con ellos.

Sistemas más complejos necesitarán de elementos BG más complejos también derivados a partir de estos (fuentes, capacidades, transformers modulados, etc). El prototipo de modelado implementado trabaja con los elementos básicos mencionados anteriormente, pero elementos más complejos pueden ser diseñados a partir de los primeros y añadidos como submodelos, los cuales serán reusables como parte de otros modelos.

### 3 APLICACIÓN DE CONOCIMIENTO FÍSICO.

Para ilustrar las ventajas de la interpretación física de las interacciones entre subsistemas como paso previo a la asignación de la causalidad computacional, podemos considerar un sistema de dos elementos resistivos en serie. El modelo de simulación matemático presentará un bucle algebraico si el algoritmo de causalidad computacional es aplicado al sistema de ecuaciones obtenido de la simple interconexión de ecuaciones correspondientes a los submodelos constitutivos. La reutilización de este modelo estará limitada a aquellos paquetes que puedan tratar este tipo de problemas.

La interpretación física de dos resistencias en paralelo es bien conocida. Su comportamiento es el mismo que el de un solo elemento disipativo de potencia con un diferencia de potencial y un flujo entre sus puertos idéntico. Hay que hacer notar que simplemente con el principio de conservación de la energía es posible substituir las dos resistencias por una equivalente sin que la modificación afecte los resultados de la simulación.

Este proceso es general. El modelo de un elemento equivalente puede ser obtenido por manipulación simbólica de las relaciones constitutivas que describen los submodelos originales. Cabe remarcar que las variables intermedias (las variables constitutivas de los submodelos originales que han sido eliminadas) pueden ser mantenidas dentro del modelo equivalente con la finalidad de estudiar sus dinámicas en el modelo de simulación (Ramos, J.J., Píera, M.A., Serra, I, 1998).

Este ejemplo muestra de esta manera que los modelos eficientes pueden ser obtenidos de la interpretación física del sistema en su conjunto. En él hay estructuras topológicas que dan lugar a bucles algebraicos o singularidades estructurales en una simple interconexión de submodelos. Hay que tener presente que para tratar la problemática de estas estructuras físicas, son necesarios algoritmos de manipulación simbólica dirigidos por principios físicos para aislar, manipular y almacenar los comportamientos submodelos en un modelo equivalente, de tal manera que ese nuevo submodelo pueda ser reutilizado como parte de sistemas más complejos (paradigma del modelado orientado a objetos).

La tarea de identificar y aislar estas estructuras particulares se le llama causalidad física, y permite reducir simbólicamente algunas estructuras topológicas basándose en principios físicos.

#### **4 CARACTERÍSTICAS DEL PROTOTIPO.**

Este es un prototipo de modelado orientado a objetos para la creación automática del modelo eficiente de simulación de un sistema descrito gráficamente a partir del modelo topológico. El prototipo genera primero el modelo BG del sistema en conjunto, y a partir de ese instante aplica la causalidad física. El proceso de modelado sigue la estructura de etapas de Technical Component Layer, Physical Component Layer and Mathematical Component Layer (Broenink, J. F., Akkermans, J.M., Breunese, A.P.J., Top, J.L.,1998). Cada etapa es autónoma de su predecesora una vez generada, por lo que el modelo de simulación puede ser desarrollado a partir de cualquiera de ellas. De esta manera, este prototipo acepta modelos BG y modelos matemáticos además del esquema topológico como descripción del sistema.

Un conjunto de herramientas de modelado han sido implementadas para manipular los submodelos acausales de acuerdo a las especificaciones propias de cada etapa. La librería de submodelos acausales puede ser extendida por el usuario al tiempo que crea nuevos submodelos.

Las herramientas de modelado implementadas analizan el sistema buscando determinadas estructuras. Es sabido que algunas interconexiones entre submodelos pueden dar lugar a singularidades estructurales o bucles algebraicos. En la Physical Component Layer estas estructuras son fácilmente reconocibles, así la causalidad física puede ser aplicada del mismo modo. Una vez que la causalidad ha sido asignada, si se encuentran singularidades estructurales o bucles algebraicos, las estructuras que causan este tipo de problemas son identificadas y siempre que sea posible manipuladas automáticamente a través de principios físicos con la finalidad de generar un modelo equivalente BG del elemento de manera que este no presente los problemas antes comentados.

Quando se aplica de esta manera la causalidad fisica, los fenomenos fisicos que gobiernan el comportamiento de las variables BG son preservados en la estructura nueva causada fisicamente. El modelo inicial de las variables y su evolucion pueden ser recuperadas si el usuario lo demanda.

La causalidad al modelo de simulacion es asignado por el algoritmo Sequential Causality Assignment Procedure SCAP (Rosenberg, R.C. and Karnopp, D., 1968). Este prototipo tambien trabaja con elementos con ecuaciones no invertibles tratandolos como elementos de causalidad fija dentro del algoritmo SCAP. De esta manera las estructuras causadas fisicamente son finalmente causadas computacionalmente.

El modelo que se corresponde con la Mathematical Component Layer, que es tomado para la etapa de simulacion, contiene causalidad fisica en lugar de simple causalidad computacional debido al analisis fisico realizado en la etapa previa. El hecho de conseguir la Mathematical Component Layer por un proceso de asignacion de causalidad fisica comporta varias ventajas:

- Mantenimiento de modelos: Un modelo de simulacion simplificado de sistema a gran escala facilita su mantenimiento a fin de satisfacer diferentes objetivos. Podemos considerar por ejemplo los requisitos de la ingenieria de control (una representacion lineal de ciertas dinamicas: ecuacion de transferencia). Este objetivo podria no verse satisfecho con un complejo sistema de ecuaciones para el modelo de simulacion que reduzca el indice del sistema DAE.
- Desarrollo computacional: Mejores tiempos de desarrollo en los algoritmos de integracion en tanto que no son necesarios resolvedores DAE para superar problemas de singularidades estructurales que aparecen debida a la interconexion de submodelos.

## 5 EJEMPLO: INTERCAMBIADOR DE CALOR.

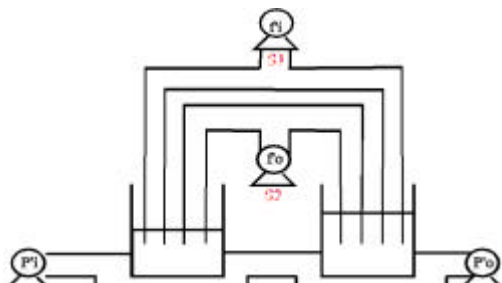


Figure 1

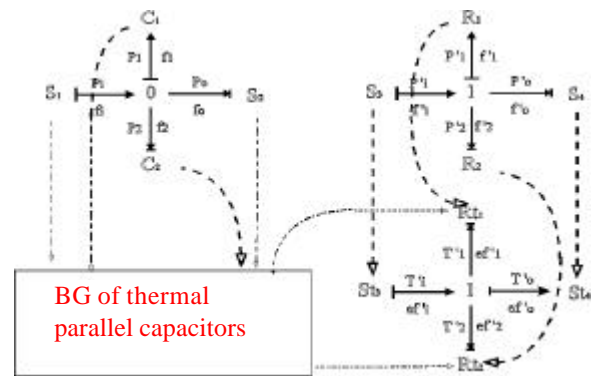


Figure 2

El diagrama topologico de un intercambiador de calor es presentado en la Figura 1. El proceso onsite en dos tanques alimentados en paralelo (\$s\_1-s\_2\$) y una tuberia de flujo que los calienta circulando por sus camisas (\$s\_3-s\_4\$).

El entorno de modelado genera automaticamente el correspondiente BG, analizando la informacion suministrada por cada submodelo BG (Luque, D., Piera, M.A., Serra, I., 1998). Notar por ejemplo, que cada tanque se comporta como una capacidad para el flujo que lo alimenta y como una resistencia para el flujo que lo calienta por la camisa. La Figura 2 ilustra el BG generado por el prototipo.

El submodelo BG que representa el dominio termico de las capacidades en paralelo esta oculto porque en esta seccion simplemente queremos centrar nuestra atencion en las singularidades estructurales y bucles algebraicos que aparecen fuera de esta parte.

El prototipo de modelado trata la interconexion de dominios a traves de signals como el signal \$R\_1-R\_{t1}\$ que relaciona el dominio hidraulico con el termico en el tanque encamisado 1.

El modelo de simulacion obtenido directamente del modelo BG contiene un DAE de primer orden, relacionado con las dos capacidades en paralelo, y un bucle algebraico correspondiente a las dos resistencias en serie:

$$P_1 = P_2 \quad f_1' = f_2' \quad (10) \quad , \quad (11)$$

$$f_1 = f_i - f_2 - f_0 \quad P_1' = P_i' - P_2' - P_o' \quad (12) \quad , \quad (13)$$

$$P_1 = \int \frac{1}{C_1} \cdot f_1 \quad f_1' = \frac{1}{R_1} \cdot P_1' \quad (14) \quad , \quad (15)$$

$$f_2 = C_2 \cdot P_2 \quad P_2' = R_2 \cdot f_2' \quad (16) \quad , \quad (17)$$

El prototipo de modelado analiza el BG en su conjunto buscando estas estructuras que pueden degenerar en singularidades estructurales y bucles algebraicos, a fin de reducirlos en modelos equivalentes que no contengan ese tipo de problemas (Figure 3):

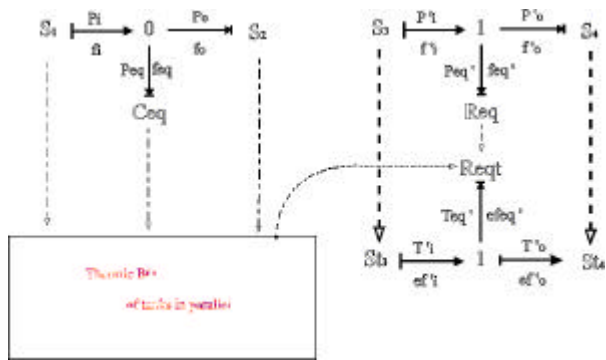


Figure 3.

Este modelo esta libre de estructuras DAE y bucles algebraicos (eq. 18,19,20,21).

$$f_{eq} = f_i - f_o \quad P_{eq}' = P_i' - P_o' \quad (18) \quad , \quad (19)$$

$$P_{eq} = \int \frac{1}{C_{eq}} \cdot f_{eq} \quad f_{eq}' = \frac{1}{R_{eq}} \cdot P_{eq}' \quad (20) \quad , \quad (21)$$

Dentro de cada submodelo equivalente las dinamicas de las variables intermedias son preservadas por manipulacion simbolica basada simplemente en principios fisicos (eq. 22 – 29):

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \quad R_{eq} = R_1 + R_2 \quad (22) \quad , \quad (23)$$

$$P_e = P_1 = P_2 \quad f_{eq}' = \frac{1}{R_{eq}} \cdot P_{eq}' \quad (24) \quad , \quad (25)$$

$$f_1 = \frac{C_1}{C_{eq}} \cdot f_{eq} \quad p_1' = \frac{R_1}{R_{eq}} \cdot P_{eq}' \quad (26) \quad , \quad (27)$$

$$f_2 = \frac{C_2}{C_{eq}} \cdot f_{eq} \quad P_2' = \frac{R_2}{R_{eq}} \cdot P_{eq}' \quad (28) \quad , \quad (29)$$

**CONCLUSIONES**

Han sido presentadas las ventajas de usar un analisis de causalidad fisico como paso previo a la asignacion de causalidad

computacional. La metodologia basada en la interpretacion fisica del flujo de energia a traves de elementos BG reduce estructuras DAE y bucles algebraicos, como ha sido ilustrado. La reduccion a submodelos BG equivalentes de las estructuras que degeneran en singularidades estructurales o bucles algebraicos en la Mathematical Component Layer depende de la capacidad de manipulacion simbolica de las ecuaciones constitutivas.

**AGRADECIMIENTOS**

Ayuda economica del CICYT (TAP98-0364).

**REFERENCES**

Breedveld, P. C., (1984) *Physical Systems Theory in Terms of Bond Graphs*. Master's Thesis. University of Twente, Netherlands.

Broenink, J. F., Akkermans, J.M., Breunese, A.P.J., Top, J.L. *Libraries of reusable models: Theory and application*

(1998) Simulation Councils Inc, Vol 71, No 1, pp 7-22

Broenink, J.F.,(1999). *Introduction to Physical Systems Modelling with Bond Graphs*. <http://www.rt.el.utwente.nl/bnk/papers/default.htm>

De Prada, C., Piera, M.A..(1996). *Modelling Tools in the Continuous Simulation Field*. Simulation 66:3,179-189.

Matko, P. (1992). *Simulation and Modelling of Continuous Systems*. Prentice Hall.

Piera, M.A. (1993) *Un entorn de modelatge en la indústria de processos*. Master's Thesis, Universitat Autònoma de Barcelona.

Rosenberg, R.C., Karnopp, D. (1968). *Analysing and Simulation of Multiport Systems*. The M.I.T. Press.

Cellier, F.E. (1991). *Continuous System Modelling*. Springer-Verlag, New York.

Ramos, J.J., Piera, M.A., Serra, I. (1998). *The use of physical knowledge to guide formula manipulation in system modelling*. Simulation, practice and theory 6 pp. 243-254.

Luque, D., Piera, M.A., Serra, I. (1998). *A process Industry Pseudo-Bond Graph Tool to Avoid Algebraic Loops and Derivative Causalities Arisen From Model Coupling*. COSY Workshop 98(Zurich, Swiderland).

