

REDUCCIÓN DE ORDEN DE CONTROLADORES UTILIZANDO ALGORITMOS GENÉTICOS Y METODOLOGÍA QFT

Javier Castillejo
Javier Villanueva
Igor Egaña
Pablo Vital
Marta Barreras
Mario García-Sanz

Departamento de Automática y Computación
Universidad Pública de Navarra
Campus de Arrosadía
31006 Pamplona, España.
E-mail: mgsanz@unavarra.es

Resumen

El presente trabajo se basa en la utilización de los algoritmos genéticos y herramientas QFT para la reducción de orden de un controlador, teniendo en cuenta las especificaciones que cumple en el dominio frecuencial en lugar de tomar como referencia el regulador original.

Palabras Clave: Algoritmos Genéticos, Control Robusto, QFT, Reducción de Orden.

1 INTRODUCCIÓN

Los algoritmos genéticos son procedimientos de búsqueda guiados por el principio de supervivencia del mejor individuo, y basados por tanto en la selección natural. Estas técnicas están principalmente recomendadas en aquellas situaciones en las que el espacio de búsqueda no cumple determinadas propiedades necesarias en otros métodos de optimización, como continuidad, existencia de derivadas, convexidad y otras.

Estas características hacen que los algoritmos genéticos hayan sido aplicados con éxito en campos como la estimación de parámetros, linealización, control óptimo, control robusto, control fuzzy, diseño de redes neuronales y control en modo deslizamiento [11].

En cuanto a la reducción de orden, existen varias técnicas, y las tres principales son el truncado, la residualización y la aproximación óptima de la norma de Hankel.

La técnica de truncado consiste en tomar parte de los elementos del modelo original y desechar el resto. Suele obtener una buena aproximación a frecuencias altas. La residualización anula los términos derivativos de las ecuaciones de estado, con lo que consigue una dinámica similar para bajas frecuencias [13]. Las técnicas basadas en la norma de Hankel tratan de encontrar un modelo reducido en el que se minimice la norma de Hankel del error cometido. Glover realizó un análisis exhaustivo de este método en [9]. Ens [4] y Anderson [1] demostraron que intentar conseguir un buen ajuste en un rango de frecuencias provocaba grandes errores fuera de él.

El presente trabajo plantea la utilización de los algoritmos genéticos en la reducción de orden de controladores basándose en las especificaciones QFT (Quantitative Feedback Theory, [12]) que cumple el conjunto controlador inicial-planta, de forma análoga al planteamiento realizado en [6]. La ventaja radica en que el ajuste del controlador reducido a las especificaciones se hace de forma automática frente al ajuste manual del controlador mediante el proceso de *loopshaping* propio de QFT.

La sección 2 detalla el proceso a seguir para la reducción de orden, haciendo un recordatorio de la filosofía en la que se basa, e incluyendo la resolución del problema mediante los algoritmos genéticos. La sección 3 ilustra la técnica presentada con un ejemplo, y la sección 4 muestra las conclusiones

2 METODOLOGÍA

A continuación se resume el procedimiento a seguir hasta llegar a la ejecución de los algoritmos genéticos, como se explica en [6].

Considérese el sistema lineal monovariable de la figura 1, compuesto por una planta P y un controlador de realimentación G, donde $P \in \wp$ y \wp es un conjunto de posibles plantas por la existencia de incertidumbre paramétrica y no paramétrica.

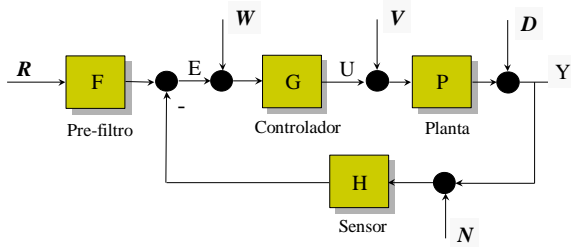


Figura 1: Diagrama básico de control.

El controlador buscado tiene la forma,

$$G(x, j\omega) = k_G \frac{\prod_{i=1}^{n_z} (j\omega + z_i)}{\prod_{i=1}^{n_p} (j\omega + p_i)} \quad (1)$$

Si el controlador obtenido mediante cualquier técnica de control resulta ser de orden elevado, se han de tener en cuenta las consideraciones que se exponen a continuación.

El controlador, junto con la planta, se lleva al diagrama de Nichols, y se elige un conjunto representativo de frecuencias para evaluar el comportamiento del sistema.

$$I = [\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n] \quad (2)$$

Para estas frecuencias se determinan los valores en módulo de las especificaciones de comportamiento que cumple el conjunto controlador - planta original $L = G_0 P$. Dependiendo de las características de la planta (presencia y tipo de incertidumbre asociada) y de los requerimientos de diseño, será necesario utilizar una mayor o menor cantidad de especificaciones, aunque en general, como mínimo siempre será necesario definir valores para las correspondientes a la función de sensibilidad y de sensibilidad complementaria. Una vez obtenidos los valores en módulo de las especificaciones a las frecuencias elegidas, se llevan al entorno de diseño de QFT en forma de zonas de exclusión (*bounds*), junto con las expresiones polinómicas del controlador y la planta. Un *bound* puede representarse, de forma genérica, como una función q dependiente de fase y frecuencia, y compuesta por un límite superior q_u y un límite inferior, q_l , tales que,

$$\begin{aligned} Lm q_u(\angle L_0(x, j\omega_i), \mathbf{w}_i) &\leq Lm L_0(x, j\omega_i) \\ Lm L_0(x, j\omega_i) &\leq Lm q_l(\angle L_0(x, j\omega_i), \mathbf{w}_i) \end{aligned} \quad (3)$$

$$i \in I$$

Una vez llegados a este punto, se procede a aplicar la técnica de los algoritmos genéticos, para buscar un controlador del menor orden posible que siga cumpliendo las especificaciones definidas anteriormente.

Sean V_u y V_l , los valores que representan el grado de violación de un *bound* superior e inferior, respectivamente, definidos tal que,

$$\begin{aligned} V_u(x, \mathbf{w}_i) &= \max(Lm q_u(\angle L_0(x, j\omega_i), \mathbf{w}_i) - Lm L_0(x, j\omega_i), 0) \\ V_l(x, \mathbf{w}_i) &= \max(Lm L_0(x, j\omega_i) - Lm q_l(\angle L_0(x, j\omega_i), \mathbf{w}_i), 0) \end{aligned} \quad (4)$$

Se define,

$$V_w(x, \mathbf{w}_i) = \begin{cases} \min(V_u(x, \mathbf{w}_i), V_l(x, \mathbf{w}_i)), \\ si Lm q_u(\angle L_0(x, j\omega_i), \mathbf{w}_i) \geq Lm q_l(\angle L_0(x, j\omega_i), \mathbf{w}_i) \\ \max(V_u(x, \mathbf{w}_i), V_l(x, \mathbf{w}_i)), \\ si Lm q_u(\angle L_0(x, j\omega_i), \mathbf{w}_i) < Lm q_l(\angle L_0(x, j\omega_i), \mathbf{w}_i) \end{cases} \quad (5)$$

De esta forma, la función de coste a maximizar tiene la forma:

$$V(x) = \left(\sum_{i \in I} (V_w(x, \mathbf{w}_i))^2 \right)^{-1} \quad (6)$$

La implementación de estas técnicas se ha llevado a cabo utilizando la adaptación realizada por García-Sanz y Guillén en [8] del algoritmo genético diseñado por Goldberg en [10]. Esta adaptación fue diseñada con fines generales y utiliza una función de costa más completa que la mostrada anteriormente, aunque para las tareas de reducción de orden sólo se utilizará el término (6).

Uno de los parámetros más importantes en la implementación de los algoritmos genéticos es el correspondiente a la mutación. La existencia de la mutación en una generación de controladores genéticos permite evitar los mínimos locales, y un valor excesivamente alto impide la convergencia, aunque permite rastrear una zona más amplia. Esto hace que en la práctica la búsqueda de controladores se haga en varias fases: inicialmente se utiliza un espacio de búsqueda grande con una gran probabilidad de mutación, de forma que los algoritmos no convergen hacia un valor fijo, pero aparecen varias zonas en las que es probable encontrar controladores adecuados. Utilizando rangos de búsqueda y probabilidades de mutación cada vez menores, se puede llegar de forma rápida a una solución satisfactoria. En caso de que los algoritmos no converjan a un controlador adecuado, será necesario partir de una estructura de mayor orden.

La figura 2 muestra una representación gráfica del proceso a seguir. Se entiende por primera fase aquella en la que se utiliza un rango de variación de parámetros y una mutación altos, mientras que la segunda fase consiste en la utilización un rango estrecho y una mutación baja durante la búsqueda.

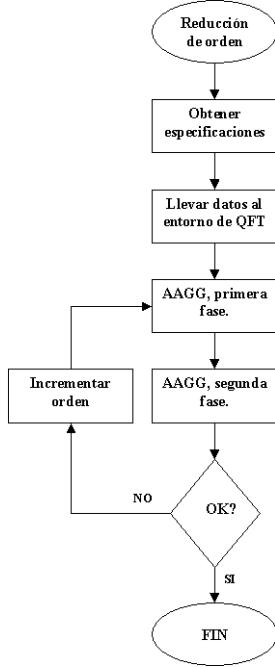


Figura 2: Proceso de Reducción.

3 EJEMPLO

El siguiente ejemplo muestra una descripción detallada del procedimiento planteado para encontrar un controlador de orden bajo, utilizando algoritmos genéticos para el ajuste a las especificaciones.

3.1 REDUCCIÓN DE ORDEN

Este ejemplo utiliza el controlador H_∞ utilizado en un convertidor DC-DC en [5], cuya expresión polinómica es:

$$P(s) = \frac{2.59 \cdot 10^{10} s^3 + 1.1 \cdot 10^{16} s^2 + 5.2 \cdot 10^{20} s + 2.6 \cdot 10^{23}}{4.17 \cdot 10^6 s^4 + 4.56 \cdot 10^{11} s^3 + 2 \cdot 10^{16} s^2 + 7.1 \cdot 10^{19} s + 3.3 \cdot 10^{22}} \quad (7)$$

El controlador propuesto inicialmente es:

$$G_{H_\infty}(s) = \frac{a_5 s^5 + a_4 s^4 + a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0}{s^6 + b_5 s^5 + b_4 s^4 + b_3 s^3 + b_2 s^2 + b_1 s + b_0} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} a_0 &= 1.2 \cdot 10^{26} & b_0 &= 5.1 \cdot 10^{23} \\ a_1 &= 10^{24} & b_1 &= 4 \cdot 10^{21} \\ a_2 &= 1.1 \cdot 10^{21} & b_2 &= 10^{19} \\ a_3 &= 2.2 \cdot 10^{17} & b_3 &= 8.2 \cdot 10^{15} \\ a_4 &= 4.7 \cdot 10^{12} & b_4 &= 3.2 \cdot 10^{11} \\ a_5 &= 4.3 \cdot 10^7 & b_5 &= 3.1 \cdot 10^6 \end{aligned}$$

Los datos del controlador y la planta se llevan al entorno de desarrollo de QFT. Las frecuencias utilizadas, así como las especificaciones resultantes, pueden verse en la tabla 1. La representación frecuencial del conjunto controlador original-planta en el diagrama de Nichols puede verse en la figura 3.

w(rad/s)	Tipo 1	Tipo 2
250	0.9996	$4.37 \cdot 10^{-4}$
1000	0.9998	0.001
4000	1.0009	0.0049
16000	1.009	0.0241
64000	1.1208	0.178
256000	0.8804	1.48
750000	0.138	1.076

Tabla 1: Especificaciones del conjunto controlador H_∞ - Planta.

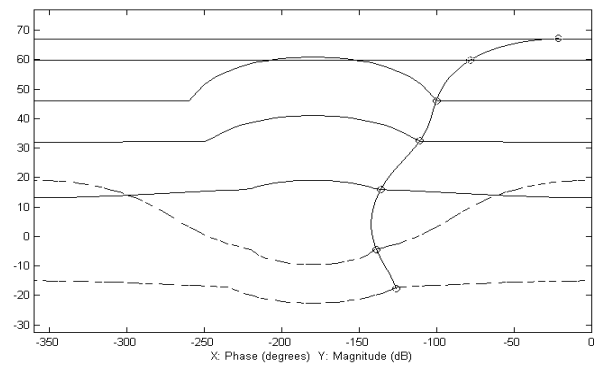


Figura 3: Función de transferencia en lazo abierto, junto con *bounds*. $P(s) G_{H_\infty}(s)$

Una vez aquí, se procede a la ejecución de los algoritmos genéticos para encontrar un controlador de menor orden. Probando con una estructura de orden 2 (dos polos y dos ceros) y un margen de variación de todos los parámetros, incluyendo la ganancia, que varíe entre 0.001 y 100000, y con valores de mutación altos (10%) se obtiene una primera aproximación. En una segunda fase, con un rango de variación de un orden alrededor de los valores obtenidos y con una probabilidad de mutación baja (1%) se llega a la solución mostrada en la figura 4.

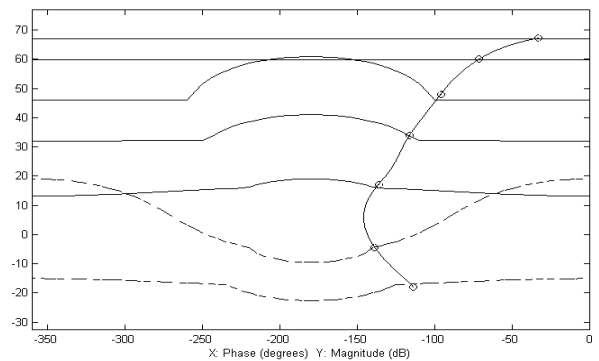


Figura 4: Función de transferencia en lazo abierto, junto con *bounds* $P(s) G_{QFT}(s)$

La función de transferencia del controlador obtenido es:

$$G_{QFT} = \frac{13.8s^2 + 6.21 \cdot 10^5 s + 2.08 \cdot 10^9}{s^2 + 1.65 \cdot 10^4 s + 6 \cdot 10^6} \quad (9)$$

Las especificaciones conseguidas por el conjunto controlador reducido-planta son las mostradas en la tabla 2.

w(rad/s)	Tipo 1	Tipo 2
250	0.9996	$4.33 \cdot 10^{-4}$
1000	0.9997	0.001
4000	1.0004	0.0039
16000	1.009	0.0206
64000	1.105	0.1535
256000	0.8804	1.480
750000	0.1341	1.048

Tabla 2: Especificaciones Controlador QFT- Planta

3.2 COMPARACIÓN ENTRE EL CONTROLADOR INICIAL Y EL REDUCIDO

Aplicando un escalón unitario al sistema de la figura 1 para el controlador inicial y el reducido, se obtienen las respuestas mostradas en la figura 5. La figura 6 muestra la acción de control correspondiente. Puede verse que ambos controladores tienen un comportamiento dinámico muy similar.

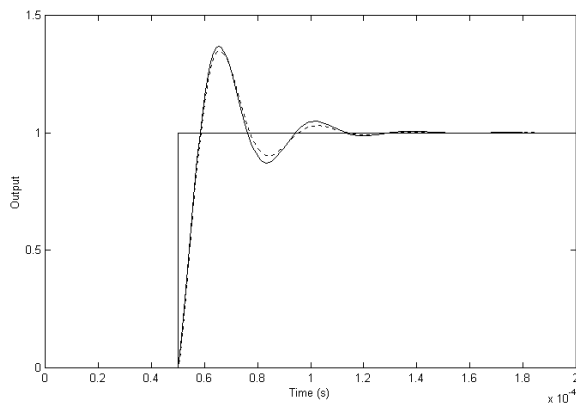


Figura 5. Comparación entre controladores H_∞ y QFT. Línea continua: G_{QFT} , línea discontinua: G_{HY}

La comparación propuesta ha sido realizada obviando que las técnicas de control basadas en QFT completan el proceso con el diseño del prefiltro F mostrado en la figura 1. De este modo el comportamiento ante entrada escalón puede dar lugar a una respuesta más suave (sin sobreimpulso) y con el mismo rechazo a perturbaciones.

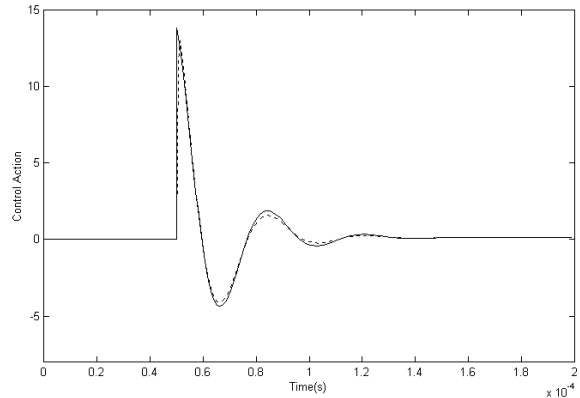


Figura 6. Acción de control. Línea continua: G_{QFT} , línea discontinua: G_{HY}

4 CONCLUSIONES

El presente artículo propone una mejora del método de reducción de orden presentado en [6], basado en utilizar una herramienta automática para la realización del *loopshaping*, tradicionalmente llevado a cabo de forma manual. Esta técnica permite obtener de una forma rápida y sencilla un controlador de bajo orden, pero manteniendo la principal ventaja del diseño en QFT, que es su transparencia.

Agradecimientos

Los autores agradecen el apoyo dado por la *Comisión Interministerial de Ciencia y Tecnología (CICYT)* por el proyecto DPI'2000-0785.

Referencias

- [1] Anderson, B. D. O. (1986). *Weighted Hankel-norm approximation: Calculation of bounds*, Systems & Control Letters 7(4): pp. 247-255.
- [2] Borghesani, C., Chait, Y. and Yaniv, O. (1995). *Quantitative Feedback Theory Toolbox – For use with Matlab*. 1st Edition. The Mathworks Inc.
- [3] Chiang, R. Y. and Safonov, M. G. (1992). *Robust Control Toolbox User's Guide*, Mathworks, South Natick.
- [4] Enns, D. (1984). *Model reduction with balanced realizations: An error bound and a frequency weighted generalization*, Proceedings of the 23th IEEE Conference on Decision and Control, Las Vegas, NV, USA, pp. 127-32.
- [5] Figueres, E. *Teoría de control H_∞ aplicada al diseño de lazos ACC de convertidores DC-DC*

conmutados. Universidad Politécnica de Valencia.

- [6] García-Sanz, M., Castillejo, J. (2000). *Reducción de orden de controladores H_∞ y H_2 mediante técnicas QFT*, XXI Jornadas de Automática, septiembre 2000, Sevilla.
- [7] García-Sanz, M., Castillejo, J. (2001). *High order controllers model reduction using QFT tools*. Aceptado para el 5th International Symposium on QFT and Robust Frequency Domain Methods, Agosto 2001, Pamplona.
- [8] García-Sanz, M., Guillén, J.C. (2000). *Automatic Loop-Shaping of QFT Robust Controllers Via Genetic Algorithms*, 3rd IFAC Symposium on Robust Control Design, ROCOND'00, F3A/107, June 2000, Praha, Czech Republic.
- [9] Glover, K. (1984). *All optimal Hankel-norm approximations of linear multivariable systems and their L^∞ -error bounds*, International Journal of Control 39(6): pp. 1115-93.
- [10] Goldberg, D. E. (1989). *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning*. Reading, MA: Addison-Wesley.
- [11] Li, Y., Murray-Smith, D.J., Gray G.J. y Sharman, K. (1996). *Genetic algorithm automated approach to the design of sliding mode control systems*. International Journal of Control, 63, pp. 721-739.
- [12] Horowitz, I. (1992). *Quantitative Feedback Design Theory (QFT)*, QFT Publications, Boulder.
- [13] Skogestad, S. and Postlethwaite, I. (1996), *Multivariable Feedback Control*, Wiley & Sons, England.