Banco de pruebas para el diseño de controladores para plantas intervalares

Ramon Pérez i Magrané, ESAII UPC
Rambla Sant Nebridi 10, Terrassa 08221,perez@esaii.upc.es

Francesc Tanarro, ESAII UPC
Rambla Sant Nebridi 10, Terrassa 08221

Resumen

Hay múltiples métodos para diseñar controladores basados en modelos. La minimización de indicadores como la integral del error cuadrático o el error en valor absoluto (ISE, IAE) es uno de ellos. Se propone generalizar este método cuando hay incertidumbre en los modelos con dos enfoques diferentes. En el primero se minimiza en función de los parámetros del controlador la integral del error maximizada. En el segundo se opta por usar un modelo en que los parámetros adoptan valores distintos dentro de los intervalos a lo largo de la simulación que sirve para obtener el ISE a minimizar. Se ha aplicado ambos métodos de diseño a una familia de procesos similares, procesos de laboratorio de control de caudal y se han comparado los resultados del control y sus indicadores.

Palabras clave: sintonía, incertidumbre, intervalar, control robusto.

1 PLANTAS INTERVALARES

En la figura 1 el sistema con realimentación unitaria se supone que $G_c(s)$ es fija mientras que la planta contiene incertidumbres en los parámetros [1].

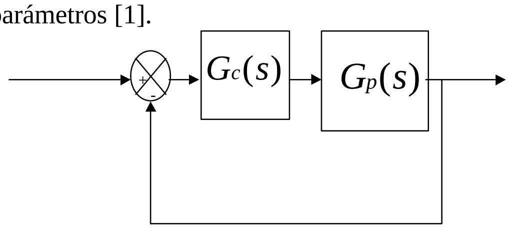

Fig. 1

$$G_c(s) := \frac{N_c(s)}{D_c(s)}, G_p(s) := \frac{N_p(s)}{D_p(s)} \quad (1)$$

Estas incertidumbres en los coeficientes de $N_p(s)$ y $D_p(s)$ se expresan en forma de intervalos

$$D_p(s) := a_0 + a_1 s + ... + a_n s^n$$
$$N_p(s) := b_0 + b_1 s + ... + b_m s^m \quad (2)$$

donde $a_k \in [a_k^-, a_k^+]$, para $0<k<n$ y $b_k \in [b_k^-, b_k^+]$, para $0<k<m$. Se define el conjunto polinomico intervalar para el denominador y el numerador

$$\mathbf{D}_p(s) := \{D_p(s) : a_0 + a_1 s + ... + a_n s^n, a_k \in [a_k^-, a_k^+], \text{para } 1 < k < n\}$$
$$\mathbf{N}_p(s) := \{N_p(s) : b_0 + b_1 s + ... + b_m s^m, b_k \in [b_k^-, b_k^+], \text{para } 1 < k < m\}$$

Nos referiremos al sistema de la figura 1 como un *sistema de control intervalar*. Para referirse a la familia de plantas se usará la notación

$$\mathbf{G}_p(s) := \frac{\mathbf{N}_p(s)}{\mathbf{D}_p(s)} \quad (3)$$

La incertidumbre en los parámetros puede ser consecuencia de la imprecisión de los modelos, tanto en la estimación de sus parámetros como en el hecho de usar modelos de orden inferior reduciendo el original aumentando la incertidumbre. Otra causa de incertidumbre es usar el mismo modelo para un grupo de plantas similares pero que no son idénticas. En cualquier caso el diseño del sistema de control basado en este tipo de modelos debe satisfacer las especificaciones para toda la familia de plantas. Especificaciones que pueden ser de estabilidad, precisión o velocidad.

El ejemplo sobre el que se han realizado las pruebas es un sistema de control de caudal de laboratorio. Se cuenta con 4 equipos lo cual obliga a trabajar con un modelo intervalar. La identificación de los parámetros de cada planta modelizada como un sistema de segundo orden con retardo ha generado 4 conjuntos de parámetros. Los extremos de estos han dado lugar a los intervalos que caracterizan a la familia.

$$\mathbf{G_p}(s) = \frac{p_1}{s^2 + p_2 s + p_3} e^{-p_4 s}$$
$$p_1 = [18.0, 25.3]$$
$$p_2 = [6.6, 7.0]$$
$$p_3 = [18.7, 20.9]$$
$$p_4 = [0.15, 0.25]$$

El controlador con el que se trabaja es un PID. La elección se ha basado en el conocimiento de este tipo de controladores y su amplio uso en la industria así como el hecho que estos sistemas docentes llevan implementado este tipo de controlador.

2 SINTONÍA DE CONTROLADORES

Para el diseño de controladores es muy útil contar con un modelo si bien existen métodos de sintonía de controladores PID muy extendidos que no necesitan modelos [2]. A partir del modelo y estudiando sus características dinámicas y estáticas se decide qué tipo de controlador y luego se sintonizan los parámetros de estos ajustándose a unas determinadas especificaciones.

El modelo de la planta a controlar puede no conocerse con exactitud y conocerse la familia intervalar de plantas a la que pertenece [3]. El objetivo puede ser diseñar un controlador para toda una familia de plantas representada por un modelo intervalar. Se propone generalizar algún método de sintonía para plantas intervalares.

La elección del controlador basada en le tipo de sistema, orden y características tecnológicas no difiere de la elección en una planta no intervalar. A la hora de hacer la sintonía los métodos basados en optimización se prestan para generalizarse en plantas intervalares. Una primera idea seria minimizar la suma de algún indicador (IAE, ISE, ITAE, IDAU,...) para una serie de plantas que forman parte del conjunto. Las limitaciones que esta metodología conlleva son evidentes, elegir arbitrariamente un número finito de representantes del conjunto y calcular para cada una de ellas el indicador.

Se proponen dos métodos que permiten hacer el barrido dentro de la familia de plantas de forma más exhaustiva en un caso y más rápida en el otro.

En el trabajo que se presenta se han utilizado ambos métodos para la familia que se presenta en el apartado anterior. Como índice se ha utilizado el IAE además del ISE que aparece en las formulas dado que los controles obtenidos usando este último generalmente no están bien amortiguados. primero se ha sintonizado utilizando como modelo de la planta 3:

$$G_p(s) = \frac{19.11}{s^2 + 6.98s + 20.34} e^{-0.2s} \qquad (4)$$

2.1 MÁXIMO ÍNDICE

Una vez se ha escogido un indicador del comportamiento del lazo de control se buscan unos parámetros que lo minimicen. Ésta es la metodología cuando se trabaja con plantas sin incertidumbres. En el caso de plantas intervalares se propone minimizar en función de los parámetros del controlador el máximo índice en función de los parámetros de la planta. Esta metodología implica dos problemas de optimización anidados. El problema externo busca el mínimo en función de los parámetros del controlador de una función de coste que incluye otro problema de optimización:

$$\begin{aligned} &\min_{k \in \mathbf{k}} (J_{ext}(k)) \\ &J_{ext}(k) = \max_{p \in \mathbf{p}} (J_{\text{int}}(k, p)) \end{aligned} \qquad (5)$$

donde k es el vector con los parámetros del controlador. **k** son los intervalos que contienen los valores permitidos para las variables de la optimización. Estas variables son los parámetros del controlador y los intervalos vienen fijados por los límites del controlador. **p** es un vector de parámetros intervalares correspondiente al modelo.

El problema interno maximiza el índice en función de las variables p tomando k como parámetros:

$$J_{\text{int}}(p,k) = ISE(p,k) = \int_0^{t_f} (r(t) - y(t,p,k))^2 \, dt \qquad (6)$$

$$p \in \mathbf{p}$$

donde t_f es el horizonte temporal dentro del cual se hace la simulación para obtener la salida y(t) en función de los parámetros k y variables p, r(t) es la consigna.

2.2 SIMULACIÓN INTERVALAR VARIANTE EN EL TIEMPO

Para evitar el anidamiento de dos problemas de optimización se propone que la simulación incluya la incertidumbre. A lo largo de ésta los parámetros del modelo pueden tomar cualquier valor dentro de los intervalos. Esta metodología equivale a tomar una planta que no es invariante a lo largo del tiempo lo cual hace más difícil el control de lo que en general se asume. Esta variación en los parámetros hace que el barrido se haga de forma aleatoria a lo largo del tiempo en una única simulación.

La función de coste del único problema de optimización corresponde al índice en función de las variables k

$$\min_{k \in \mathbf{k}} (J(k,\mathbf{p}))$$
$$J(k,\mathbf{p}) = ISE(k,\mathbf{p}) = \int_0^{t_f} (r(t) - y(t,\mathbf{p},k))^2 \, dt \qquad (7)$$

donde la respuesta del sistema y(t) se calcula con un modelo de simulación en el cual los parámetros p toman valores distintos para cada instante de simulación.

3 RESULTADOS

En el caso de sintonizar el controlador usando un modelo no intervalar con la toolbox de optimización de Matlab se obtiene los controladores que minimizan el ISE y el IAE máximo para la planta 3. El controlador que se sintoniza es un PI, se obtienen los parámetros de la tabla 2.

Tabla 1

parámetro	**ISE**	**IAE**
K_p	1.02	0.7
K_i	1.82	1.7

El control de las diferentes plantas con estos controladores aparece en las figuras 2 a la 5. La línea continua corresponde a la respuesta con los controladores sintonizados usando el criterio del valor absoluto del error y en discontinua la del controlador basado en la integral del error cuadrático. Este criterio de colores se ha utilizado en todas las figuras.

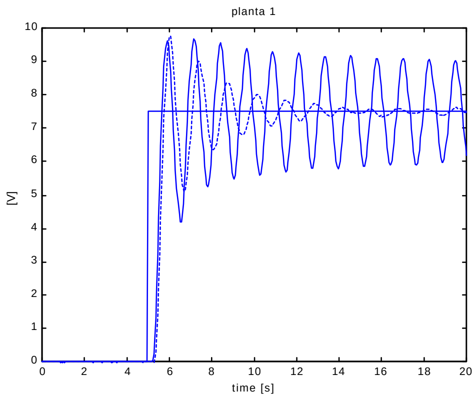

Fig. 2

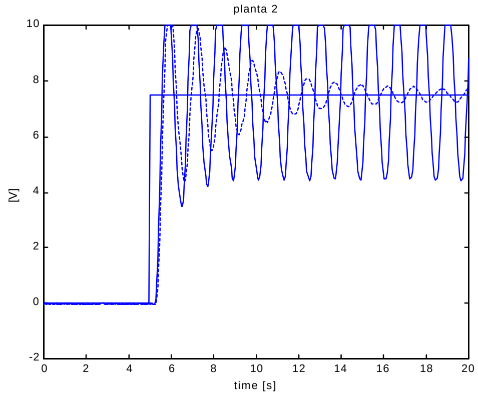

Fig. 3

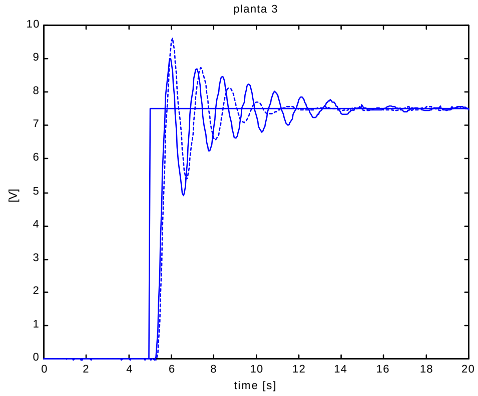

Fig. 4

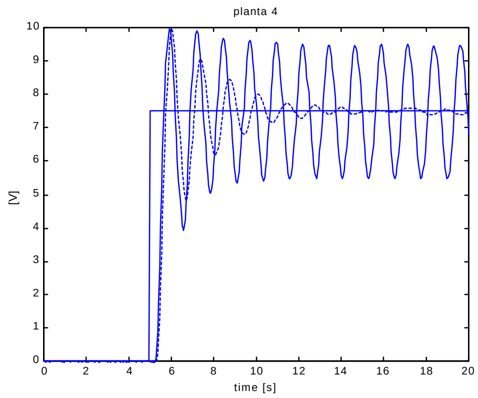

Fig. 5

El control es válido para la planta 3, la utilizada para el diseño. Para las demás el control es bastante pobre llegando a la inestabilidad usando ISE como índice. En la tabla 3 aparecen los índices medidos en el control de las diferentes plantas junto con los simulados para la planta 3.

Tabla 2

Planta	ISE	IAE
Planta 1	49.5	9.5
Planta 2	88.5	13.0
Planta 3	31.0	8.2
Planta 4	59.3	9.6
Simulación	26.6	5.2

Usando el primer método propuesto con la toolbox de optimización de Matlab se han obtenido los controladores que minimizan el ISE y el IAE máximo para la familia de plantas que incluyen las cuatro con las que se cuenta en el laboratorio. Se obtiene minimizando una función que incluye otra minimización del índice cambiado de signo obtenido usando las funciones de simulación. En la tabla 4 se presentan los parámetros obtenidos. También aparece el valor de la función que corresponde en cada caso y el -máximo valor del índice para toda la familia de plantas y que se ha minimizado con el controlador.

Tabla 3

Parámetro	ISE	IAE
K_p	0.43	0.57
K_i	1.38	1.10

Se ve comparando con los controladores de la tabla 1 que el hecho de tener en cuenta la incertidumbre conduce a unos controladores más suaves, tanto la constante proporcional como integral disminuyen. En las gráficas siguientes se presenta la respuesta de las 4 plantas a los dos controladores.

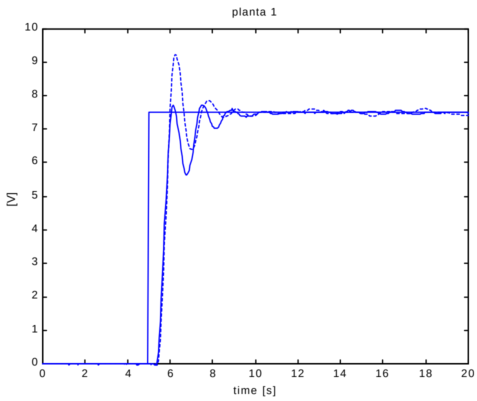

Fig. 6

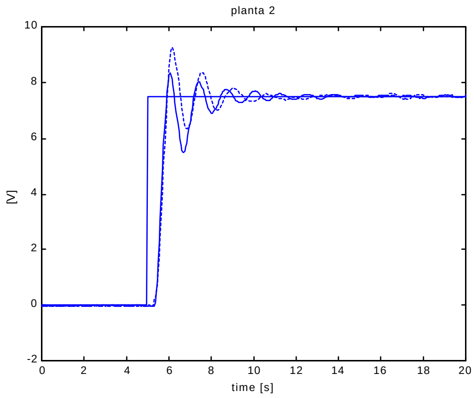

Fig. 7

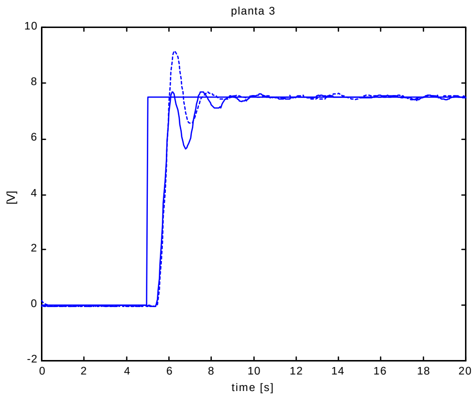

Fig. 8

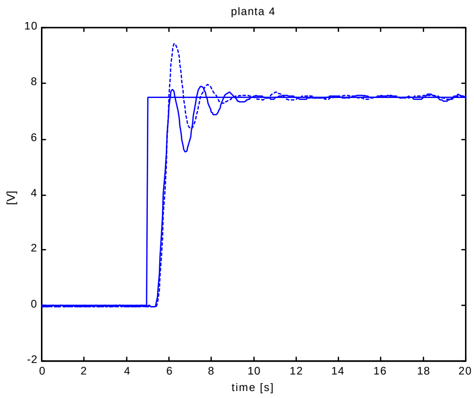

Fig. 9

Tabla 4

Planta	ISE	IAE
Planta 1	38.6	7.9
Planta 2	34.6	7.7
Planta 3	40.2	7.8
Planta 4	39.4	8.2
Máximo	41.57	7.3

Sería de esperar que el valor obtenido como función de coste que correspondería al máximo valor del índice dentro de la familia que incluye a las 4 plantas. El haber tomado como intervalos los valores extremos de estas 4 plantas ha hecho suponer que no había otra incertidumbre que el hecho de tener plantas diferentes. Esto hace que la simulación dé unos resultados mejores que las medidas experimentales sujetas al ruido y incertidumbres de modelo.

Para usar la segunda metodología se ha usado un modelo en que los parámetros varían siguiendo una distribución uniforme dentro de un intervalo a cada paso de simulación. El modelo es discreto y se ha hallado discretizando todas las plantas lo cual ha resultado en 4 modelos discretos con parámetros diferentes. Los parámetros extremos han definido los intervalos del modelo discreto.

$$\mathbf{G_p}(z) = \frac{p_1 z + p_2}{z^2 + p_3 z + p_4 z}$$

$$p_1 = [0.020, 0.028]$$

$$p_2 = [0.018, 0.025]$$

$$p_3 = [1.63, 1.68]$$

$$p_4 = [0.68, 0.72]$$

El diseño se ha basado en la minimización de los mismos índices, ISE y IAE, durante un mismo horizonte temporal, 15s. Los controladores obtenidos son los de la tabla 5.

Tabla 5

Parámetro	ISE	IAE
K_p	1.03	0.87
K_i	0.73	0.76

Las respuestas de las diferentes plantas con estos controladores se muestran en las figuras de la 10 a la 13.

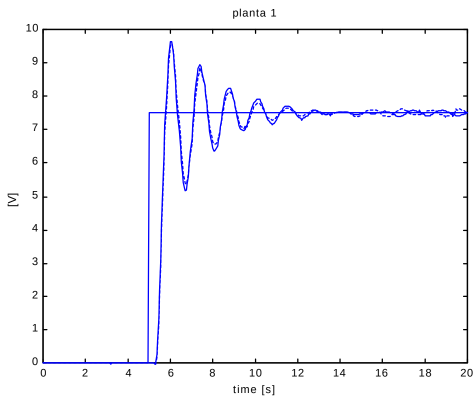

Fig. 10

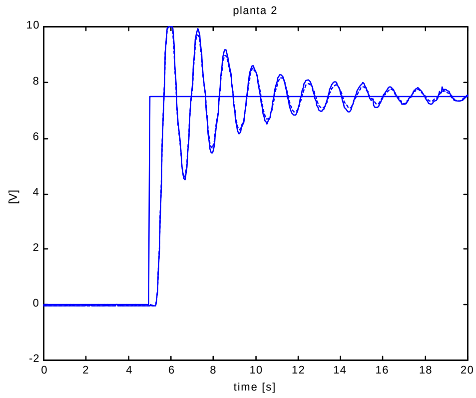

Fig. 11

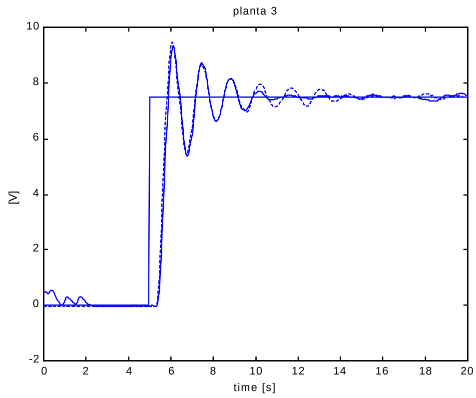

Fig. 12

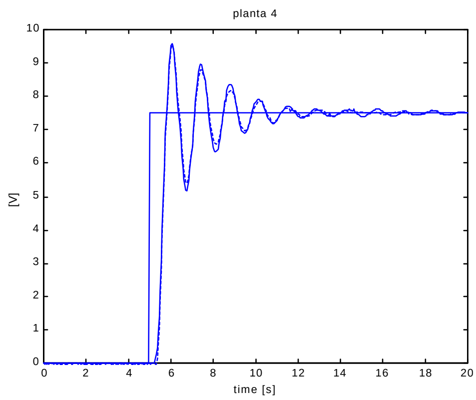

Fig. 13

En la tabla 6, al igual que en la tabla 4, se presentan los valores de los indicadores para las cuatro plantas así como la el resultado de la simulación. En este caso la simulación no se ha hecho sobre una planta concreta de la familia sino sobre un modelo intervalar.

Tabla 6

Planta	ISE	IAE
Planta 1	34.7	8.6
Planta 2	39.4	12.1
Planta 3	37.8	9.0
Planta 4	34.3	8.6
Simulación	58.5	11.8

4 CONCLUSIONES

Si se obvia la incertidumbre en los parámetros y se sintoniza el controlador para una planta cualquiera el funcionamiento de éste sólo puede garantizarse para esta planta en tanto en cuanto no haya incertidumbre en la identificación. Si bien los controladores hallados usando el índice IAE al ser más conservadores no desestabilizan las plantas para las que no han sido diseñados si que responden peor que si se tiene en cuenta la incertidumbre. En el caso de los controladores diseñados usando ISE sólo se estabiliza la planta usada en la sintonía.

Estos problemas se han evitado usando plantas intervalares que incluyan toda la familia. Y si bien no se demuestra la validez para cualquier familia de plantas se presentan dos métodos para sintonizar estos controladores y se comprueban para una familia de plantas.

De los dos métodos propuestos el basado en la maximización de la integral ha dado mejores índices cuadráticos mientras que el basado en plantas cuyos parámetros varían con el tiempo ha dado mejores integrales de error absoluto. Este segundo método da más importancia a la acción proporcional con lo que se tiene una respuesta más rápida pero oscila más.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo ha sido parcialmente financiado por la CICYT ref. TAP 1999-0748 y por la Generalitat de Catalunya. Los autores son miembros del grupo de investigación consolidado 199SGR-00134 SAC .

BIBLIOGRAFÍA

[1] S.P. Battacharyya, H. Chapullat, L.H. Keel. *Robust Control*. Prentice Hall PTR 1995.

[2] K.J. Astrom, T.Hägglund. *PID control.* Instrument Society of America 1995.

[3] P. Cugueró, S. Tornil, T. Escobet, J. Saludes, V. Puig. *Time-domain robust stability test under plant and controller interval uncertainty.* 3rd IFAC Symposium on Robust Control Design. Praga June 2000.