

b) Primera Cristalización.

La cristalización tiene por objeto obtener cristales de azúcar de la mayor pureza posible. La Primera Cristalización tiene lugar en las tachas, donde cristaliza parte de la sacarosa disuelta en el jarabe estándar, mediante evaporación del agua que contiene el jugo. Cuando se ha conseguido llenar una tacha se tiene en su interior un producto denominado *masa cocida de 1ª*, formado por sacarosa cristalizada, sacarosa y no-azúcares disueltos en una solución llamada *miel madre*. Todas las tachas operan bajo condiciones de vacío, con objeto de rebajar el punto de ebullición de los productos que se procesan en ellas y así evitar la descomposición térmica de la sacarosa (pérdida de sacarosa).

c) Centrifugado del Primer Producto.

El centrifugado de la masa cocida de 1ª tiene como objeto la separación de la sacarosa cristalizada de la miel madre. Esta operación se realiza en centrifugas, donde la sacarosa retenida en el cesto es sometida, durante una segunda etapa de centrifugado a un lavado de los cristales con agua y vapor a presión. Por esta razón, la miel madre separada en las centrifugas se divide en dos tipos:

- *Miel pobre*: La centrifugada en la primera etapa.
- *Miel rica*: La que procede del lavado de los cristales en la segunda etapa.

d) Secado y acondicionado del azúcar.

Los cristales de sacarosa separados en las centrifugas de primera constituyen el *azúcar blanquilla*. A estos cristales se les somete a un proceso de secado, enfriamiento y posterior cribado, antes de proceder a las operaciones de envasado y empaquetado.

Las etapas b) y c) se repiten en las tachas de 2ª y de 3ª con las siguientes modificaciones: Las tachas de 2ª reciben como entrada miel procedente de la centrifugación del primer producto y la masa cocida que se obtiene se denomina *masa cocida de 2ª*. El centrifugado de la masa de 2ª da lugar al *azúcar de 2ª* y a la *miel de 2ª*. Este proceso se efectúa en centrifugas continuas cuyo efecto es análogo al de las del primer producto.

Las tachas de 3ª se alimentan con miel pobre para hacer el pie de tacha y luego con miel de 2ª y *miel de afinado*. Como producto se obtiene la *masa cocida de 3ª*, cuyo centrifugado da lugar al *azúcar de 3ª* y a la *melaza*. El azúcar de 3ª y la miel de afinado se mezclan en un tratamiento de lavado de los cristales que se realiza en la afinadora. La masa resultante se centrifuga obteniéndose un azúcar de afinado y la miel de afinado.

Por último, la melaza obtenida se convierte en alcohol en una fábrica adjunta a la azucarera.

El proceso es, pues, un ciclo cerrado donde la mayoría de los productos obtenidos se vuelven a reincorporar al proceso, con la salvedad del azúcar de 1ª (objetivo del proceso) y de la melaza (subproducto).

Vamos a presentar los modelos matemáticos de las Tachas y Turbinas, por ser los equipos más especiales de esta sección del proceso.

2.1 MODELADO DE TACHAS

2.1.1 Entorno de una Tacha

Las tachas presentan un modo de operación semibatch, y en ellas se lleva a cabo la separación del azúcar del jugo extraído de las remolachas mediante un método de cristalización controlada por evaporación en un ambiente de vacío.

Inicialmente, la tacha se carga con un jarabe azucarado subsaturado llamado jarabe estándar y que se almacena en los depósitos de jarabe estándar. Una vez cargada, el jarabe se calienta en condiciones de vacío con objeto de rebajar el punto de ebullición y así evitar la descomposición térmica de la sacarosa (proceso conocido como *caramelización*). Cuando se alcanza la condición de sobresaturación en el jugo, se siembran pequeños cristales de azúcar y se les hace crecer añadiendo nuevo jarabe y manteniendo condiciones de sobresaturación. Cuando se ha alcanzado el nivel máximo en la tacha, se descarga y limpia, quedando lista para un nuevo ciclo.

Para calentar el jugo y provocar la evaporación de parte del agua, las tachas constan de un elemento calefactor, denominado *calandria*, por el que discurre vapor a una presión superior a la atmosférica y que al condensarse cede calor a la masa cocida en la tacha. Este vapor se suministra a las tachas a través de las tuberías de suministro de vapor, que forman un circuito cerrado que recorre toda la planta industrial.

Para mantener el vacío parcial (0,2-0,3 bares) en la tacha, necesario para la evaporación de agua a baja temperatura (65-70°C) es necesario conectar la tacha a un *condensador barométrico*, el cual mantiene un determinado vacío al absorber el vapor procedente de las tachas y condensarlo mediante refrigeración producida por tuberías de agua fría procedente del exterior, que vierten en ellos. Debido a esto último, el vacío producido en los condensadores depende de la temperatura exterior, trabajando mejor en invierno.

Una vez terminado el proceso de cristalización de la sacarosa en la tacha, la masa cocida que se obtiene se descarga en unos depósitos llamados *malaxadores horizontales*, donde se la mantiene en movimiento y a una temperatura determinada, para que mantenga su consistencia, hasta que pueda pasar a alguna de las *centrifugas*.

En las centrifugas se realiza la separación del azúcar cristalizado de la miel madre mediante el centrifugado a alta velocidad del conjunto, quedando los cristales retenidos por una malla. El proceso dura unos pocos minutos. La miel madre se separa en miel pobre y rica que se distribuyen según las necesidades de la planta. En la figura (2) se muestra como es una tacha:

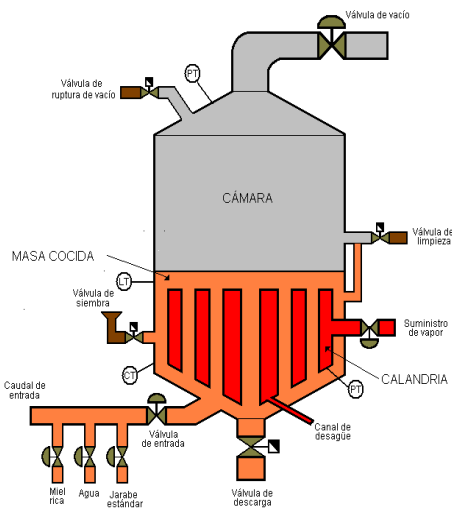


Figura 2. Esquema de una Tacha

2.1.2 Modelo matemático de la Tacha

La masa cocida (caracterizada por la masa total, m_T) consta de dos fases, los cristales y el jarabe (caracterizados por la masa de cristales, m_C y la masa de jarabe, m_J).

El jarabe consta de agua, sacarosa e impurezas disueltas. Por lo tanto, para caracterizar el estado de la tacha necesitamos cuatro magnitudes, las cantidades de masa de cada especie existente en un momento dado:

$$\text{Masa cocida}(m_T) \begin{cases} \text{Masa de Jarabe}(m_J) \\ \text{Masa de cristales de sacarosa}(m_C) \end{cases} \begin{cases} \text{Masa de agua}(m_A) \\ \text{Masa de soluto}(m_{SOL}) \end{cases} \begin{cases} \text{Masa de sacarosa disuelta}(m_S) \\ \text{Masa de impurezas disueltas}(m_I) \end{cases}$$

Según este esquema, tenemos las siguientes relaciones:

$$\begin{aligned} m_{SOL} &= m_S + m_I & (1) \\ m_J &= m_A + m_{SOL} = m_A + m_S + m_I & (2) \\ m_T &= m_C + m_J = m_C + m_A + m_S + m_I & (3) \end{aligned}$$

También en la cámara tenemos una cierta cantidad de masa de vapor de agua (m_V), que está en relación con la presión y la temperatura.

Relaciones empíricas de interés:

Brix, porcentaje en masa del soluto disuelto en la disolución.

$$bx = 100 \frac{m_{SOL}}{m_J} \quad (4)$$

Pureza de la disolución, porcentaje en masa de la sacarosa disuelta con respecto a la masa total de soluto disuelto.

$$px = 100 \frac{m_S}{m_{SOL}} \quad (5)$$

El contenido de azúcar de la masa cocida (W_C), tanto por ciento en masa de los cristales de sacarosa respecto del total.

$$W_C = 100 \frac{m_C}{m_T} = \frac{100}{100 - bx} (bx_t - bx) \quad (6)$$

Brix total de la masa cocida, residuo seco obtenido de 100g de masa cocida.

$$bx_t = 100 \frac{m_{SOL} + m_C}{m_T} = bx + (1 - \frac{bx}{100})W_C \quad (7)$$

Concentración de la disolución, gramos de sacarosa disueltos por cada 100g de agua.

$$C = 100 \frac{m_S}{m_A} \quad (8)$$

Relación de Impurezas-Agua, corrección de la concentración de saturación debida a las impurezas.

$$R_n = \frac{m_I}{m_A} \quad (9)$$

CORRIENTES DE FLUIDOS

Flujo de caudal de entrada(q_e)

El flujo a través de una válvula de control depende del tamaño de la válvula, la caída de presión a través de la válvula, la posición de la aguja y las propiedades del fluido. La ecuación de diseño para líquidos es:

$$q_e = C_v f(x) \sqrt{\frac{\Delta P_v}{\gamma}} \quad (10)$$

Donde q_e es el flujo del líquido, C_v el Coeficiente del tamaño de la válvula, $f(x)$ es la fracción del área de flujo total de la válvula, γ es el peso específico

del fluido (relativo al agua) y ΔP la caída de presión a través de la válvula.

Por la tubería de entrada podemos introducir las siguientes sustancias:

- Jarabe Estándar: Es la entrada habitual, excepto en la etapa de espera.
- Miel Rica: Se introduce en caso de agotamiento del depósito de Jarabe Estándar o mezclado con éste. El rendimiento de la tacha disminuye debido a que contiene menos azúcar y más impurezas.
- Agua: Se introduce en las siguientes circunstancias: En la etapa de espera, en cualquier momento si se detecta que la masa está demasiado apretada ó existe una distribución irregular de cristales, en caso extremo de escasez de jarabe y miel rica y cuando se forman falsos granos por nucleación espontánea para disminuir el brix.

Dividimos el flujo global q_e , en flujos parciales para cada especie presente en el proceso:

Flujo de sacarosa:

$$q_e^S = \frac{bx_e}{100} \frac{px_e}{100} q_e \quad (11)$$

Flujo de impurezas:

$$q_e^I = \frac{bx_e}{100} \left(1 - \frac{px_e}{100} \right) q_e \quad (12)$$

Flujo de agua:

$$q_e^A = \left(1 - \frac{bx_e}{100} \right) q_e \quad (13)$$

Se ha identificado el caudal global con la masa de jarabe, pues por el caudal de entrada no se produce aporte de cristales.

Flujo de evaporación (F_{ev})

Se obtiene de la transformación de agua en vapor debida al calor cedido por la calandria. Sólo afecta a la masa de agua (m_A).

El flujo de cristales en la etapa de la siembra (q_{siem})

Es debido al aporte externo de cristales durante la etapa de siembra, y se calcula conociendo la masa de los cristales de siembra (m_{C0}), y el tiempo de siembra (t_{siem}), con lo que tenemos:

$$q_{siem} = \frac{m_{C0}}{t_{siem}} \quad (14)$$

El flujo de descarga (q_d)

Se produce durante la etapa de descarga. Conociendo el tiempo que tarda en descargar un determinado peso de masa cocida, podemos obtener

una aproximación de q_d . Para simular la descarga, debemos dividir este flujo en sus componentes para cada una de las especies presentes en la masa cocida. Supondremos que la descarga es uniforme, es decir, que las relaciones entre las especies se mantienen en la porción que permanece sin descargar:

$$q_d = \frac{m_{tf}}{t_d} \quad (15)$$

Donde m_{tf} es la masa total en el momento de la descarga y t_d el tiempo que se requiere para descargar la masa total.

Los flujos de descarga para cada especie son los siguientes.

Flujo de cristales:

$$q_d^C = \frac{W_{cf}}{100} q_d \quad (16)$$

Flujo de jarabe (sacarosa, impurezas y agua) (17):

$$q_d^J = \left(1 - \frac{W_{cf}}{100} \right) q_d \rightarrow \begin{cases} q_d^S = \left(1 - \frac{W_{cf}}{100} \right) \frac{bx_f}{100} \frac{px_f}{100} q_d \\ q_d^I = \left(1 - \frac{W_{cf}}{100} \right) \frac{bx_f}{100} \left(1 - \frac{px_f}{100} \right) q_d \\ q_d^A = \left(1 - \frac{W_{cf}}{100} \right) \left(1 - \frac{bx_f}{100} \right) q_d \end{cases}$$

Denominamos W_{cf} , bx_f y px_f a las relaciones másicas finales.

BALANCE DE SACAROSA EN EL JUGO

La masa de sacarosa recibe su parte del caudal de entrada, y se transforma en sacarosa cristalizada por el proceso de cristalización:

$$\frac{dm_S}{dt} = q_e^S - \frac{dm_C}{dt} \quad (18)$$

BALANCE DE IMPUREZAS

Las impurezas únicamente sufren aporte por el caudal de entrada, y no hay ningún proceso que las elimine (exceptuando una fracción despreciable que se evapora en forma de incondensables).

$$\frac{dm_I}{dt} = q_e^I \quad (19)$$

BALANCE DE AGUA

La masa de agua sufre el aporte de su porción del caudal de entrada, y se elimina mediante la evaporación producida por el aporte calorífico de la calandria.

$$\frac{dm_A}{dt} = q_e^A - F_{ev} \quad (20)$$

CRECIMIENTO DE CRISTALES

Los cristales de sacarosa no sufren aporte por el caudal de entrada. Se pueden distinguir tres situaciones:

- Un período inicial, hasta que se produce la siembra, donde el número de cristales de sacarosa es despreciable y su única generación es la nucleación espontánea (casi nula debido a las condiciones de subsaturación existentes).
- El período de siembra, de corta duración, con un aporte constante de cristales de sacarosa.
- Tras la siembra, se produce un progresivo aumento del tamaño de los cristales a costa de la sacarosa cristalizada.

La ecuación para la variación de la masa de un cristal:

$$\frac{dm_{cris}}{dt} = f_T(T) f_Y(Y) f_{px}(px) f_{ag}(rpm) A_{cris} \quad (21)$$

Vamos a comentar los principales factores que afectan a la velocidad de crecimiento de los cristales:

Dependencia con la temperatura

Para incorporarse a la superficie del cristal, las moléculas de sacarosa deben superar una barrera de energía debida a la necesidad de romper los enlaces de la celda cristalina:

$$f_T(T) = A e^{-\frac{E^*}{R(T+273.15)}} \quad (22)$$

Donde A es el factor de frecuencia, E^* la energía de activación necesaria para la incorporación de la molécula de sacarosa al cristal, R la constante de los gases ideales y T la temperatura

Dependencia de la sobresaturación

La cristalización es la transferencia de sacarosa desde la fase líquida a la fase sólida.

El crecimiento de los cristales es un proceso difusional modificado por el efecto de las superficies sólidas sobre las que tiene lugar el crecimiento. Las moléculas o iones del soluto alcanzan las caras en crecimiento de un cristal por difusión a través de la fase líquida. A esta etapa se la aplica el habitual coeficiente de transferencia de materia K_y . Una vez que las moléculas o iones llegan a la superficie tienen que ser aceptadas por el cristal y organizarse dentro de la red. La reacción ocurre en la superficie con una velocidad finita y el proceso global consta de dos etapas en serie. Ninguna de las dos etapas, la difusional y la interfacial, tiene lugar si la disolución no está sobresaturada.

Ambos procesos contribuyen a determinar la velocidad de crecimiento del cristal, pero mientras que la resistencia al transporte molecular predomina a sobresaturaciones ‘normales’ y temperaturas elevadas (mayores de 50°C), la resistencia a la incorporación molecular tiene influencia a temperaturas y sobresaturaciones bajas. Por lo tanto, podemos acotar en rangos las ecuaciones anteriores y desarrollar una ecuación global de la forma:

$$f_y(y) = \begin{cases} -K_{dis}|y-1|^{K_{ydis}} & \text{paray} < 1 \\ K_{red}(y-1)^{K_{yred}} & \text{para } T < 50^\circ\text{C}, 1 < y < 1.1 \\ K_{nor}(y-1)^{K_{ynor}} & \text{para } T > 50^\circ\text{C}, 1.1 < y < 1.4 \\ K_{nuc}(y-1)^{k_{nuc}} & \text{paray} > 1.4 \end{cases} \quad (23)$$

Las constantes se ajustan dependiendo del rango donde se encuentre la sobresaturación y la temperatura.

Dependencia de la agitación del medio.

La agitación del medio reduce la energía necesaria para la incorporación de las moléculas de cristal, además de disminuir la resistencia al transporte, por lo que acelera la velocidad de crecimiento de los cristales. La fórmula empírica usada para modelar esta influencia es la siguiente:

$$f_a(rpm) = (1 + rpm)^{K_{rpm}} \quad (24)$$

Dependencia de la presencia de impurezas

Las impurezas tienen efectos muy diversos sobre el crecimiento de los cristales. En pequeñas cantidades favorecen la cristalización, al actuar como núcleos de formación de cristales, y crear defectos superficiales que impulsan el crecimiento de las caras de los cristales. En cantidades apreciables, sin embargo, ejercen en general un efecto inhibitorio. Vamos a expresar el efecto inhibitorio sobre el crecimiento debido a una disminución de la pureza:

$$f_{px}(px) = e^{-K_{px}(1-\frac{px}{100})} \quad (25)$$

Ecuación de la cristalización

Reuniendo todas las influencias sobre el crecimiento de los cristales, obtenemos una ecuación global del crecimiento en masa de un cristal. Este crecimiento dependerá principalmente de la superficie presentada por el cristal para la incorporación de nuevas moléculas, y el exceso de sacarosa en el medio, cuantificado como una medida de la sobresaturación. La ecuación está diseñada para condiciones de trabajo estándar, es decir, la sobresaturación se encuentra en la zona metaestable, pero puede dar cuenta del crecimiento de los cristales en la zona de nucleación e incluso en la de disolución (en caso de que y sea menor que

la unidad), ajustando adecuadamente las constantes K_Y y la constante global K . La siguiente influencia en importancia reside en la temperatura, y las influencias de la agitación y de la pureza deberán ajustarse para cada proceso en particular, ya que no existe una teoría global sobre estas influencias.

$$\frac{dm_{cris}}{dt} = K(1 + rpm) K_{rpm} e^{-K_{px}(1-\frac{px}{100})} \frac{E^*}{(T+273.15)} (y-1)^{K_y} A_{cris} \quad (26)$$

Substituyendo $m_{cris} = \rho_c K_v Ma^3$, simplificando y reordenando, tenemos:

$$\frac{dl_{cris}}{dt} = \frac{KK_s}{3\rho_c k_v} (1 + rpm) K_{rpm} e^{-K_{px}(1-\frac{px}{100})} \frac{E^*}{(T+273.15)} (y-1)^{K_y} \quad (27)$$

Se observa que la velocidad de crecimiento del tamaño medio tan sólo depende de parámetros externos (temperatura, saturación,...) y si el entorno permanece constante, la velocidad de crecimiento también será constante independientemente del tamaño del cristal. Además si el entorno de los cristales es el mismo, todos ellos crecerán a la misma velocidad.

En la bibliografía se suele definir una función denominada G , que recoge la tasa de crecimiento lineal de los cristales, y que se define de la forma (28):

$$G(y, T, px, rpm) = \frac{KK_s}{3\rho_c k_v} (1 + rpm) K_{rpm} e^{-K_{px}(1-\frac{px}{100})} \frac{E^*}{(T+273.15)} (y-1)^{K_y}$$

Con lo que la ecuación diferencial anterior puede definirse como:

$$\frac{dl_{cris}}{dt} = G(y, T, px, rpm) \quad (29)$$

Y expresando en función de G , el crecimiento en masa de cada cristal, tenemos la ecuación:

$$\frac{dm_{cris}}{dt} = \frac{3\rho_c K_v}{K_s} G A_{cris} = R_G A_{cris} \quad (30)$$

Para la evolución de la masa total de cristales, implementamos un crecimiento uniforme hasta el valor de la masa inicial durante la etapa de siembra, y tenemos en cuenta la etapa de descarga, esto se refleja en la ecuación (31):

$$\frac{dm_C}{dt} = \begin{cases} 0 & \text{Etapas anteriores} \\ \frac{m_{C0}}{t_S} & \text{Etapa de siembra} \\ \frac{3\rho_c K_v}{K_s} G(Y, T, \dots) A_C & \text{Etapas posteriores} \end{cases} \quad (31)$$

Durante la etapa de siembra, el crecimiento se hace gradual para que al finalizar la masa de cristales sea igual a la de siembra, m_{C0} . t_S representa el tiempo que dura la etapa.

BALANCE DE JARABE

$$\frac{dm_J}{dt} = q_e - F_{ev} - \frac{dm_C}{dt} \quad (32)$$

BALANCE DE MASA TOTAL

$$\frac{dm_T}{dt} = q_e - F_{ev} \quad (33)$$

MEDIDA DE LA SOBRESATURACIÓN

Concentración de Saturación para disoluciones puras(34):

$$C_{sat}^p(T) = 181.5 + 0.602319T + 0.014362T^2 + 9.142 \cdot 10^{-5} T^3$$

Concentración de saturación que tiene en cuenta el efecto de las impurezas (35)

$$C_{sat}(T, R_n) = [0.82 + 0.178R_n + 0.18e^{-2.1R_n}] C_{sat}^p(T)$$

La ecuación de sobresaturación:

$$y = \frac{C}{C_{sat}} \quad (36)$$

MEDIDA DEL NIVEL EN LA TACHA

Una de las medidas disponibles sobre el estado de la tacha es la referente al nivel de la masa cocida. Este nivel se mide con una escala dada en unidades relativas (tanto por ciento), enrasada a un determinado nivel que deja una parte de la tacha sin medir (volumen mínimo), y cuyo valor máximo viene dado por el volumen máximo de masa cocida almacenado en la tacha.

El volumen de la masa cocida existente en un momento dado en la tacha, que viene dado por la suma de los volúmenes de jarabe y cristales:

$$V = \frac{m_J}{\rho_J(T, bx)} + \frac{m_C}{\rho_C} \quad (37)$$

Para determinar la relación entre el volumen y la medida de nivel en la tacha, L , vamos a suponer que la forma de la tacha es la de un cilindro de superficie constante, rematado en ambos extremos por dos conos. Podemos dividir las tachas en distintas partes:

- Zona de volumen mínimo, que corresponde a la zona muerta no contemplada en la zona de nivel
- La zona siguiente es donde se encuentra la calandria. El volumen de la masa cocida que cubre el pie de tacha menos el volumen mínimo se denomina volumen del pie de tacha. En esta zona hay que tener en cuenta el volumen de la calandria para el cálculo de nivel. El nivel cuando se cubre la calandria se denomina pie de tacha.
- En la parte superior de la tacha ya no existe volumen ocupado por la calandria.
- Por último, el volumen de la tacha que nunca se ocupa por la masa cocida se denomina volumen residual y es el volumen mínimo de gases donde se lleva a cabo la dinámica de la evaporación del jarabe.

$$L_R = \begin{cases} 0 & \text{si } V \leq V_{\min} \\ L_{\text{pie}} \frac{V - V_{\min}}{V_{\text{pie}}} & \text{si } V_{\min} < V \leq V_{\text{pie}} + V_{\min} \\ L_{\text{pie}} + (100 - L_{\text{pie}}) \frac{V - V_{\text{pie}} - V_{\min}}{V_{\text{max}} - V_{\text{pie}} - V_{\min}} & \text{si } V > V_{\text{pie}} + V_{\min} \end{cases} \quad (28)$$

L_{pie} es el nivel (en tanto por ciento) del pie de la tacha. Debemos conocer como datos los volúmenes mínimo, el del pie de tacha y de la calandria así como el volumen máximo de masa cocida.

Otro parámetro importante es el volumen de la cámara, V_{cam} , que representa la zona libre de masa cocida donde tiene lugar la dinámica del vapor:

$$V_{\text{CAM}} = V_{\text{max}} + V_{\text{res}} - V \quad (39)$$

CONSERVACIÓN DEL CALOR

Debido a que los flujos de vapor en la cámara tienen una dinámica mucho más rápida que la variación de temperatura, asumiremos que el flujo de vapor viene determinado por las ecuaciones dinámicas de la cámara y que la variable temperatura que aparece en ellas es constante en cualquier intervalo de variación apreciable del flujo de evaporación.

Transferencia de calor en la tacha

Desde el punto de vista energético, el proceso consiste, a grandes rasgos, en la evaporación de agua para, primeramente alcanzar, y después mantener unas determinadas condiciones de sobresaturación, ya que debido a la retirada de sacarosa por el proceso de cristalización, es necesario evaporar la cantidad correspondiente de agua para mantener la concentración de jarabe.

Esto se muestra en las figuras (3) y (4):

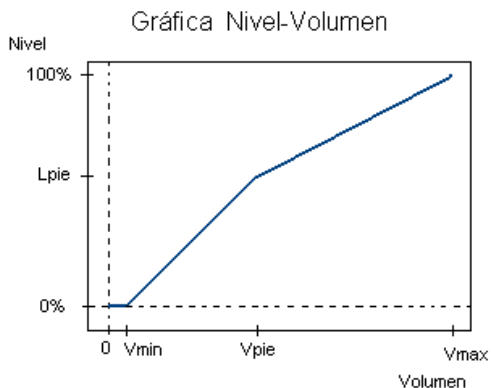


Figura 3. Medida del nivel en la tacha

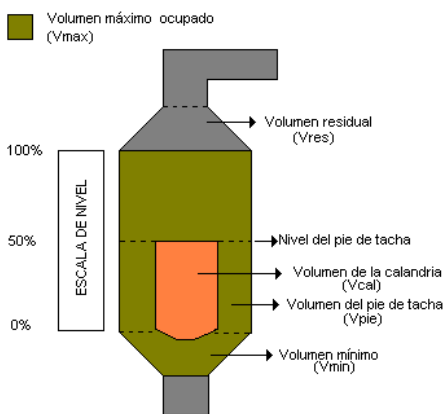


Figura 4. Medida del nivel en la tacha

Por lo tanto, la relación nivel-volumen serán tres rectas de distinta pendiente, según el grado de llenado de la tacha:

El calor necesario para producir esa evaporación lo suministra la calandria, que intercambia calor con el sistema mediante la condensación de vapor a temperaturas y presiones mayores que las existentes en la tacha. En la figura (5) se pueden observar los flujos de calor principales en la tacha.

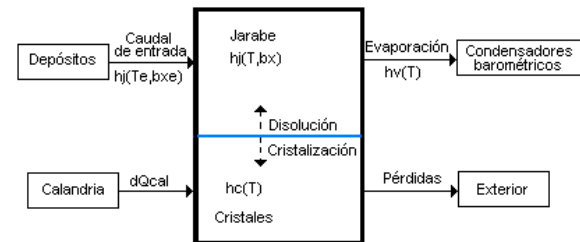


Figura 5. Flujos de calor en la tacha.

Esto queda reflejado de forma matemática en la ecuación (40):

$$\frac{d(m_T h_T)}{dt} = Q_{\text{cal}} - K_p A (T - T_{\text{ext}}) - F_{\text{ev}} H_v + q_e h_{\text{f}} (T_e, b_{\text{xe}}) + Q_{\text{crista}}$$

Dinámica de la calandria

Vamos a desarrollar las ecuaciones que gobiernan la dinámica de la calandria. En la figura (6) se observa un esquema.

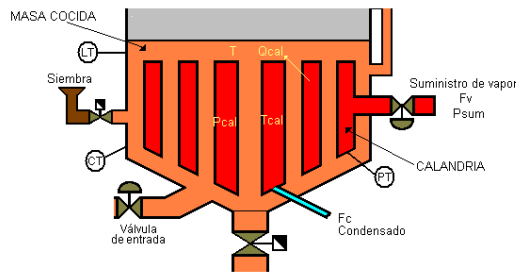


Figura 6. Esquema de la dinámica de la calandria.

Flujo de calor hacia la tacha:

$$Q_{cal} = A_{cal} U_{cal} (T_{cal} - T) \quad (41)$$

Flujo de vapor

Para calcular el flujo de vapor de calefacción, debemos tener en cuenta que el calor proporcionado por la calandria procede de la condensación de ese vapor, por lo tanto, el calor deberá ser igual a la masa de vapor por su entalpía de condensación:

$$Q_{cal} = F_v \lambda (T_{cal}) \quad (42)$$

Dinámica de la cámara

Se denomina cámara a la zona superior de la tacha limitada por el nivel del jarabe, llena de vapor de agua. La dinámica de la cámara presenta unas características similares a las de la calandria, pero con las siguientes diferencias:

- El volumen de la cámara V_{cam} , no es constante, al contrario de la calandria, sino que varía con el nivel de la tacha. Sin embargo, su variación es muy lenta en comparación con la de los procesos de la cámara, por lo que se puede considerar despreciable su derivada respecto al tiempo.
- Al estar en contacto directo la cámara con la masa cocida, se dan las condiciones apropiadas para que exista equilibrio térmico entre ambas, por lo que se puede suponer que la temperatura de la cámara es igual a la de la masa cocida, o sea: $T_{cam} = T$.
- También, al ser la dinámica de la cámara, podemos suponer que el flujo de salida del vapor hacia el condensador, F_{vc} , será igual al flujo de vapor evaporado, F_{ev} , exceptuando períodos transitorios de restablecimiento de presiones que tendrán una duración de segundos. Se va a dividir el estudio de la dinámica de la cámara en dos situaciones distintas: cuando estamos en condiciones de

saturación (existe flujo neto de evaporación), y no saturación (en las primeras etapas, cuando la calandria no está activada). En la figura (7) podemos observar un esquema de los procesos que tienen lugar en la cámara.

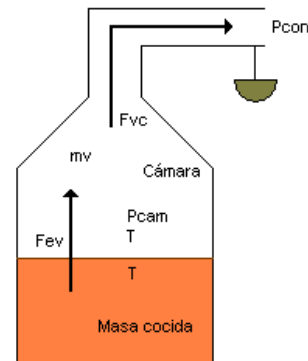


Figura 7. Dinámica de los procesos de la cámara

Condiciones de saturación.

En condiciones de saturación, se pueden igualar los flujos de evaporación y de vapor hacia los condensadores.

$$F_{ev} = F_{vc} = C_v f(x) \sqrt{P_{cam}^2 - P_{con}^2} \quad (43)$$

Suponiendo que en todo momento nos encontramos en condiciones de saturación (ebullición), la presión en la cámara vendrá dada por la presión de equilibrio de una disolución de jarabe con un brix determinado y a una temperatura dada:

$$P_{cam} = P_{eq} = f(T_s) \quad (44)$$

Condiciones de no saturación.

Se dan cuando la masa cocida no posee la temperatura necesaria para mantener la ebullición. Si aplicáramos el esquema anterior, al ser la temperatura de la masa cocida apreciablemente menor que la temperatura de ebullición a la presión de los condensadores barométricos, nos daría una presión de la cámara menor que la de los condensadores, lo que produciría un flujo de vapor de sentido inverso, es decir, desde los condensadores a la cámara. Las ecuaciones térmicas también reflejarían un flujo entrante de calor debido a la condensación de vapor procedente de los condensadores.

Esto no es físicamente aceptable. Lo que sucede en este caso es que el flujo de evaporación es despreciable, y la presión de la cámara alcanza rápidamente el equilibrio con la presión de los condensadores barométricos. Esta situación se mantiene hasta que la temperatura alcanza el valor de la temperatura de ebullición a esa presión, lo que viene indicado porque la presión de equilibrio supera a la de los condensadores.

La variación de la masa de vapor será igual a:

$$\frac{dm_v}{dt} = F_{ev} - F_{vc} = -F_{vc} \quad (45)$$

$$\frac{dP_{cam}}{dt} = \frac{RT}{MV_{cam}} \frac{dm_v}{dt} = -\frac{RT}{MV_{cam}} F_{vc} \quad (46)$$

Se supone que la variación del volumen y la temperatura con el tiempo es lo suficientemente pequeña como para ser despreciable.

Esta ecuación nos conduce a $P_{cam}=P_{con}$ tras un período transitorio, generalmente de corta duración.

Debido a la rapidez con la que se alcanza el equilibrio, se puede hacer la simplificación de igualar directamente la presión de la cámara a la del condensador para el caso de no saturación, y en este caso tenemos la siguiente ecuación para la presión en la cámara en el proceso global:

$$P_{cam}(T, bx) = \begin{cases} P_{eq}(T, bx) & \text{Si } P_{eq} \geq P_{con} \\ P_{con} & \text{Si } P_{eq} \leq P_{con} \end{cases} \quad (47)$$

2.2 MODELADO DE UNA CENTRÍFUGA

El proceso de turbinación (centrifugación), es un proceso batch que depende de varios factores, entre ellos el estado de la turbina, el contenido en cristales de la masa a turbinar, el agua de beneficiado, todo ello se puede reflejar en un balance global donde están incluidos los tres balances típicos (másico, de materia seca y de azúcar) considerando las dos entradas (masa y agua de beneficiado) y las dos salidas (miel y azúcar), o en balances parciales sobre las dos salidas de la turbina (miel y azúcar) considerando que a la turbina llegan tres productos (la miel madre, el azúcar en forma de cristal y el agua de beneficiado), que se reparte entre la miel de salida y el azúcar de salida en función de las características de la turbina.

Esto se muestra en la figura (8).

El ciclo de una turbina discontinua consta de las siguientes etapas:

1. Llenado de la cesta de la centrífuga con masa, a 150 r.p.m. La masa es presionada contra la pared por medio de la fuerza centrífuga.

2. Aceleración hasta la velocidad máxima (1100 r.p.m.). La mayoría de la capa de jugo alrededor de los cristales se separa por la fuerza centrífuga y pasa a través de las telas.

3. Lavado del azúcar con agua. Se inyecta agua caliente contra la pared de azúcar en la cesta para eliminar la última capa de jugo alrededor de los cristales.

4. Disminución de la velocidad de rotación hasta 100 r.p.m., se descarga el azúcar y se seca.

La duración de cada ciclo es aproximadamente de 4 minutos. El azúcar abandona las centrifugas con aproximadamente un 1% de humedad.

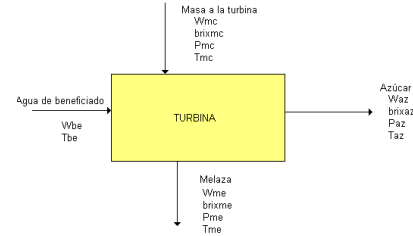


Figura 8. Turbina sin separación de mieles

Veamos los balances másicos:

Balance global de materia

Másico

$$M_{mc} + M_{be} = M_{me} + M_c \quad (48)$$

Materia seca

$$\text{Brix}_{mc} * M_{mc} = \text{Brix}_{me} * M_{me} + \text{Brix}_c * M_c \quad (49)$$

Azúcar

$$\text{Pol}_{mc} * M_{mc} = \text{Pol}_{me} * M_{me} + \text{Pol}_c * M_c \quad (50)$$

La separación de mieles

La separación de la miel que sale de la turbina en miel rica y miel pobre se debe a la forma de operación (temporizada) que tienen las turbinas discontinuas y a que las propiedades de la miel no son uniformes en las turbinas continuas. En una turbina continua la miel rica es la que se obtiene en la mitad superior. En cualquiera de los casos, la miel que sale de la turbina se separa en dos productos, la miel rica y la miel pobre, con propiedades diferentes que se pueden reflejar en los siguientes balances (másico, de materia seca y de azúcar)

Donde la proporción de mieles depende del ciclo de la turbina y de la proporción, agua de beneficiado a la masa a turbinar. Por lo tanto, independientemente de que la turbina sea continua o discontinua, se puede considerar que el porcentaje R_{mrmr} define la separación de mieles en una turbina.

Balance en las mieles de salida

Másico

$$M_{me} = M_{mp} + M_{mr} \quad (51)$$

$$M_{mp} = M_{mm} * R_{mmp} + M_{be} * R_{bemr} + M_c * R_{cmr} \quad (52)$$

$$M_{mr} = M_{mm} * R_{mmr} + M_{be} * R_{bemr} + M_c * R_{cmr} \quad (53)$$

Materia seca

$$\text{Brix}_{me} * M_{me} = \text{Brix}_{mp} * M_{mp} + \text{Brix}_{mr} * M_{mr} \quad (54)$$

Azúcar

$$Pol_{me} * M_{mc} = Pol_{mp} * M_{mp} + Pol_{mr} * M_{mr} \quad (55)$$

Balance al azúcar de salida

Másico

$$M_{cf} = M_c * (1 - R_{cmp} - R_{cmr}) + M_{be} * (1 - R_{bemr} - R_{bemp}) \quad (56)$$

Materia seca

$$M_{cf} * Brix_{cf} = M_c * (1 - R_{cmp} - R_{cmr}) * Brix_c \quad (57)$$

Azúcar

$$M_{cf} * Pol_{cf} = M_c * (1 - R_{cmp} - R_{cmr}) * Pol_c \quad (58)$$

La separación de la capa de jugo alrededor de los cristales se consigue en las centrifugas discontinuas.

3 DIFICULTADES

La cristalización como cualquier otra operación batch presenta grandes dificultades para una simulación, estos procesos son altamente no lineales y en ellos las condiciones de operación varían significativamente en el curso de un mismo lote. Estas características, unidas a los requerimientos de flexibilidad y versatilidad y al alto valor añadido de las producciones involucradas en estos procesos, los hacen muy diferentes a los procesos continuos. Aparece un número elevado de variables (6.426 variables reales, 28 variables booleanas, 312 variables de estado y 13 variables de contorno) y ecuaciones (5.122) que definen el sistema y de relaciones entre ellas. Estas relaciones son, ecuaciones diferenciales y algebraicas, así como las relaciones empíricas, cuya utilización es inevitable. El problema fundamental que se plantea en la simulación de procesos, y que condiciona la elección del modelo teórico, es la resolución de las ecuaciones matemáticas que representan el modelo físico.

4 RESULTADOS GRÁFICOS

Se lleva a cabo la simulación con un tiempo máximo de simulación tal que nos permita la observación del carácter cíclico del proceso. Vamos a mostrar algunos resultados gráficos.

En la figura (9) se representa la evolución de la masa (total, de sacarosa, de impurezas, de agua y de cristales) en de las Tachas de Primera. Se observa claramente hasta donde llega la etapa de llenado, la etapa donde comienza el crecimiento de cristales y la etapa de descarga. Se grafican dos ciclos.

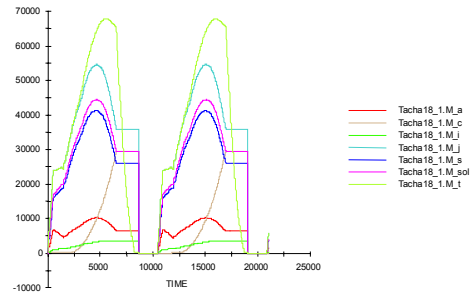


Figura 9. Evolución de las masas en la tacha A en dos ciclos

En la figura (10) se representa la evolución del brix y el brix total, dentro de las Tachas de Primera. Se observa como el brix total es mayor que el brix a partir de la etapa de concentración debido a que tiene en cuenta la formación de cristales. Se grafican dos ciclos.

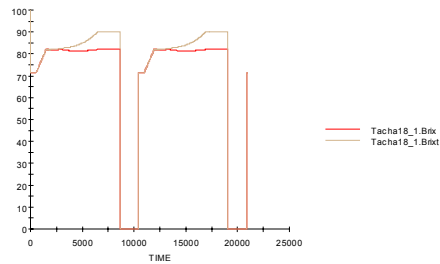


Figura 10. Evolución del Brix y del Brix total en la tacha A en dos ciclos

En la figura (11) se representa la evolución de la temperatura en la tacha, la temperatura en la calandria y la temperatura en el condensador barométrico en las Tachas de Primera. Se grafican dos ciclos.

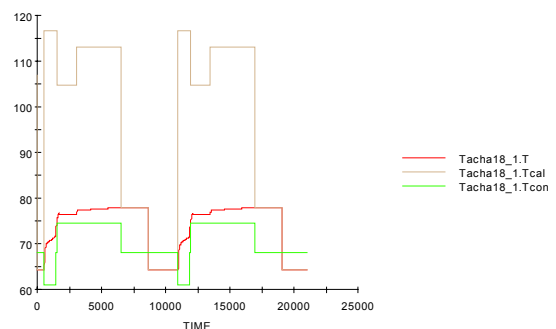


Figura 11. Evolución de la temperatura de la cámara, de la temperatura del condensador, la temperatura de la calandria en la tacha A en dos ciclos

En la figura (12) se representa la evolución flujo de entrada, flujo de descarga de miel pobre, flujo de descarga de miel rica y flujo de descarga de cristales en las Turbinas de Primera. Se puede ver la duración de un ciclo de turbinado y como en la gráfica se muestran tres ciclos.

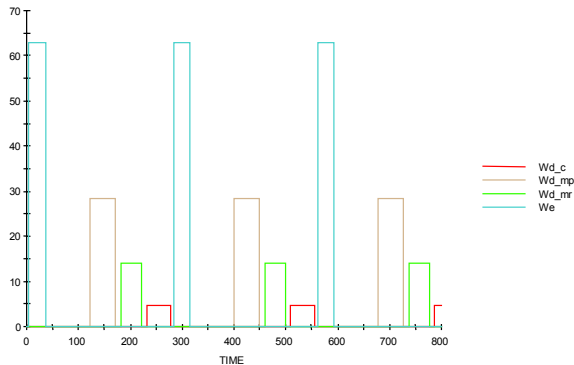


Figura 12. Evolución del flujo de entrada, flujo de descarga de miel pobre, flujo de descarga de miel rica y flujo de cristales en las turbinas de primera, en tres ciclos.

5 CONCLUSIONES

Se resumen las aportaciones de este proyecto:

- Se ha presentado un modelo dinámico del cuarto de azúcar, como el más realista para la simulación del comportamiento de la misma.
- Este modelo matemático, ha sido implementado en un lenguaje de simulación orientado a objetos, EcosimPro.
- Se ha llevado a cabo la simulación del proceso y se ha comprobado su adecuado comportamiento.

Por lo que se dispone de una herramienta a partir de la cual se puede desarrollar un trabajo futuro:

- Contraste con datos experimentales para realizar un ajuste más fino de los parámetros que intervienen en la simulación.
- Estudio de la respuesta dinámica del sistema ante otras perturbaciones en el proceso.
- Ensayar distintas estrategias de control y analizar su comportamiento.
- Estudiar la viabilidad de las distintas alternativas de modelado.

Agradecimientos

Este trabajo se enmarca dentro del proyecto “Simulación de factorías azucareras para optimización del proceso y entrenamiento de personal”(FEDER TAP 1FD97-1450) realizado en el Centro de Tecnología Azucarera de la Universidad de Valladolid. Agradecimientos a todas las personas implicadas en el mismo.

Referencias

- [1] Consuegra, Ramón-Alfonso, Manuel-Riesgo, José-Mayo, Orestes. “Modelización matemática de la masa cocida final”. Revista Cuba Azúcar, Octubre-Diciembre, 1984, p15-20.
- [2] Díaz , T-Freedman, P. “Modelo matemático de un tacho de azúcar crudo. Parte I”. Revista Cuba Azúcar, N°10-12, p 34-38.
- [3] Gros, H., “Model for vacuum pan Crystallizers”. Computers & Chemical Engineering. Vol 3. Pp. 523-526, 1979. Cibernética y Automatización N°4-Año XXI-1987.
- [4] Lauret, P.-Boyer, H.-Gatina, J.C. “Hybrid modelling of a sugar boiling process”. Control Engineering Practice 8 (2000), p 299-310.
- [5] Tavaré, Narayan S. “Industrial Crystallization. Process Simulation, Analysis and Design”. Plenum Press, New York, 1995.
- [6] Vaca Rodríguez, César. “Modelado, simulación y Regulación de un Cristalizador a vacío”. Departamento de Ingeniería de Sistemas y Automática, Facultad de Ciencias.